

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE CIÊNCIAS SOCIAIS E APLICADAS
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO
(PPGDE/UFPR)

**EQUILÍBRIO COM DESEMPREGO EM UM CONTEXTO
DE PREÇOS E SALÁRIOS FLEXÍVEIS: uma abordagem a
partir de um modelo não linear caracterizado como *ciclo-
limite***

FABRÍCIO JOSE MISSIO

CURITIBA

2006

FABRICIO JOSE MISSIO

**EQUILÍBRIO COM DESEMPREGO EM UM CONTEXTO
DE PREÇOS E SALÁRIOS FLEXÍVEIS: uma abordagem a
partir de um modelo não linear caracterizado como *ciclo-
limite***

**Dissertação apresentada como requisito parcial
à obtenção do grau de Mestre pelo Curso de Pós-
Graduação em Desenvolvimento Econômico,
Ciências Sociais Aplicada, Universidade Federal
do Paraná.**

Orientador: Prof. Dr. José Luís da Costa Oreiro

CURITIBA

2006

TERMO DE APROVAÇÃO**FABRICIO JOSE MISSIO****EQUILÍBRIO COM DESEMPREGO EM UM CONTEXTO DE
PREÇOS E SALÁRIOS FLEXÍVEIS: uma abordagem a partir de um
modelo não linear caracterizado como *ciclo-limite***

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre pelo Curso de Pós Graduação em Desenvolvimento Econômico, Ciências Sociais e Aplicadas, Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Prof. Dr. José Luís da Costa Oreiro
Departamento de Economia, UFPR.
(Orientador)

Prof. Dr. Fernando de Holanda Barbosa
Departamento de Economia, EPGE/FGV-RJ.

Prof. Dr. Marcelo Luiz Curado
Departamento de Economia, UFPR.

Curitiba, 26 outubro de 2006.

À Minha Família e aos Meus Amigos:
Muito Obrigado!

“O capitalismo, então, é, pela própria natureza, uma forma ou método de mudança econômica, e não apenas nunca está, mas nunca pode ser, estacionário” (Schumpeter – 1984-112)

AGRADECIMENTOS

A conclusão deste trabalho é fruto de uma trajetória de aprendizado marcada pela contribuição de muitas pessoas. Certamente nem todas as pessoas a quem eu gostaria de me referir estarão citadas abaixo, muito embora assim eu gostaria que fosse. Além disso, as palavras aqui mencionadas certamente serão incapazes de expressar o meu sentimento de gratidão, portanto, peço a todos que tenham complacência com este que aqui se manifesta.

Gostaria de iniciar agradecendo a Deus e a toda minha família, pois foi neles que encontrei a força necessária quando as dificuldades se apresentaram. Quanto refiro-me a família, além dos entes queridos – minha mãe (Leonete) e meus irmãos (Alexandra, Régis e Francieli) – refiro-me também aos amigos que se fizeram sempre presentes e que tem me acompanhado ao longo de todos este tempo. Certamente se não fosse por vocês, ou eu não teria conseguido, ou as dificuldades seriam/pareceriam muito maiores. Um abraço ao Vitor, ao Mauricio, ao Carlos, ao Rodrigo e todos meus amigos da casa de estudante da UFSM.

Em segundo lugar, tenho que agradecer ao meu orientador, professor Dr. José Luis Oreiro, pelo voto de confiança e pela oportunidade que me foi cedida, mesmo quando tive que ir trabalhar em outro estado, embora ainda estivesse por executar este trabalho. Agradeço também pelo brilhantismo, pelo bom humor e pelo rigor acadêmico com o qual conduz seu trabalho e resalto que o mesmo que se segue é, em grande medida, resultado de suas sugestões e análises.

Não há, também, como não agradecer a todos os integrantes do Curso de Pós Graduação em Desenvolvimento Econômico, sejam professores, funcionários e colegas (alunos). Sem dúvida, o ambiente acadêmico inerente ao programa é, em grande parte, o responsável pela importância e pela ascensão do mesmo do cenário Nacional. Neste momento, agradeço em especial ao professor Maurício Serra, coordenador do mestrado, por ter me concedido apoio financeiro para continuar no curso, mesmo quando a falta do mesmo era uma realidade também para o programa.

Gostaria de destacar, também - em virtude da amizade que se estabeleceu e pelo enorme apoio intelectual e financeiro - o nome de amigos, como o Breno, Marco Túlio, Janaina, Fábio Ono, Sérgio, Ana Paula, Eufrásio, Márcio, o (s) Luciano (s), Evandro, Alexandre, o Rosalvo e sua família, o Vagner e sua família, enfim, todos aqueles que junto comigo dividiram (dem) o espaço acadêmico da UFPR. Em especial, gostaria de agradecer a dois grandes colegas e amigos, os quais ganharam minha gratidão e minha admiração, que é o Guilherme Jonas e o Rodrigo Padilha. Agradeço também, aos meus amigos e colegas da UEMS pela compreensão.

Por fim, gostaria de agradecer a pessoa de Sérgio Antônio Muller e toda sua família, pelo apoio que me foi concedido.

Que Deus proteja a todos, **Muito Obrigado !!!!**

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	viii
RESUMO	x
ABSTRACT	xi
1- INTRODUÇÃO	1
2- O PRINCÍPIO DA DEMANDA EFETIVA E A TEORIA DE EMPREGO EM KEYNES: uma abordagem a partir da Teoria Geral	7
2.1 O Princípio da Demanda Efetiva	8
2.1.1 A curva de Demanda Agregada	9
2.2 O Mercado de Trabalho No Modelo Keynesiano	16
2.3 O Processo de Formação de Expectativas e Determinação do Equilíbrio	21
2.3.1 Interação entre Expectativas de Curto e de Longo Prazo: a Formalização de Dutt (1991).....	22
2.4 Considerações Finais.....	28
3 -A SÍNTESE NEOCLÁSSICA, O EFEITO PIGOU E A TEORIA GERAL COMO UM CASO ESPECIAL.....	31
3.1 A Macroeconomia da Síntese Neoclássica	32
3.2 A Rigidez Salarial como Determinante do Equilíbrio com Desemprego.	34
3.3 Armadilha Pela Liquidez, Inelasticidade do Investimento à Taxa de Juros e o Efeito Riqueza real: a Economia Keynesiana Como Um Caso Especial	38
3.4 – Instabilidade do Equilíbrio com Pleno Emprego e Ineficácia do efeito Pigou: O Modelo de Oreiro (1997)	45
3.5 – Considerações Finais.....	48
4- DINÂMICA NÃO LINEAR E MODELOS CICLO - LIMITE.....	51
4.1 As limitações dos sistemas lineares e a emergência da não-lineariedade.....	52

4.2 Os Modelos caracterizados como ciclo-limite: uma primeira definição.....	54
4.3 Os Modelos Caracterizados como Ciclo-Limite: implicações matemáticas.....	58
4.3.1 Noções preliminares.....	58
4.3.2 Análise de estabilidade em Sistemas dinâmicos não-lineares	61
4.3.3 Trajetórias periódicas e órbitas fechadas: os modelos ciclo limite	63
4.3 Uma aplicação Econômica: O modelo de Jacsulik (1989)	66
4.4 Considerações Finais.....	70
5- EQUILÍBRIO COM DESEMPREGO A PARTIR DE UM MODELO CICLO-	
<i>LIMITE</i>	72
5.2 A Não Linearidade da curva de Demanda agregada.....	72
5.3 O Modelo	78
5.3.1 Dos Aspectos Genéricos Formais	78
5.3.2 Das condições para a existência do Ciclo	80
5.3.3 Do Modelo Matemático	81
5.3.4 Das implicações teóricas dos resultados Alcançados	85
5.3.4.1 Dos problemas do modelo.....	88
5.4 Modelo sob Custos Marginais Crescentes	89
5.4 Considerações Finais.....	92
6- CONCLUSÃO.....	93
7- REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.	100
8- ANEXOS.....	105

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: O Ponto de Demanda Efetiva	08
Figura 2.2: Ajustamento das Expectativas no Curto Prazo.....	09
Figura 2.3: O Nível de Emprego de Equilíbrio no Curto Prazo	15
Figura 2.4: O Efeito de uma Queda nos Salários Nominais	16
Figura 2.5: Equilíbrio no Modelo Estático	19
Figura 2.6: Equilíbrio no Modelo Móvel.....	21
Figura 3.1: A economia na Armadilha Pela Liquidez	31
Figura 3.2: O Equilíbrio com a Função Investimento Juro – Inelástica	33
Figura 3.3: A Economia na Armadilha Pela Liquidez e o Efeito Riqueza real	35
Figura 3.4: O Equilíbrio com a Função Investimento Juros - Inelástica e o Efeito Riqueza real.....	36
Figura 4.1: Ajustamento no Mercado de B com Função Investimento e Poupança Lineares	52
Figura 4.2: Função Investimento Não Linear	53
Figura 4.3: Função Poupança Não Linear	53
Figura 4.4: Equilíbrio Múltiplos no Mercado de Bens	54
Figura 4.5: Translações da Função Investimento	54
Figura 4.6: A Dinâmica Cíclica Kaldoriana	56
Figura 4.7: O Diagrama de Fases do Modelo de Goodwin (1967).....	59
Figura 4.8: Diagrama de Fases: A Órbita e o Centro do Modelo de Goodwin	60
Figura 4.9: Diagrama de Fases do Modelo de Jarsulic (1989)	63
Figura 4.10: Diagrama de Fases do Modelo: a existência de um Ciclo-Limite	64
Figura 5.1: Diagrama de Ciclo Limite.....	67

Figura 5.2: Efeitos de uma Deflação de Preços	73
Figura 5.3: A curva de Demanda Não Linear	75
Figura 5.4: Diagrama de Fases do Modelo	77
Figura 5.5: A Existência de um Ciclo- Limite.....	77
Figura 5.6: Vetor de Forças Para o Modelo com Custos Marginais Constantes	80
Figura 5.7: Equilíbrio com Desemprego Involuntário no Longo Prazo	81
Figura 5.8: O Mercado de Trabalho	82

RESUMO

O presente trabalho retoma o debate entre Keynes e os (neo) clássicos sobre os determinantes da posição de equilíbrio de longo prazo da economia. Como mostrou Keynes na Teoria Geral, com base no princípio da demanda efetiva, não existem forças endógenas capazes de gerar e manter a plena ocupação dos fatores sendo, portanto, o equilíbrio com capacidade ociosa (abaixo do pleno emprego) - de fato - a condição normal da economia capitalista. A reação do pensamento convencional, naquilo que ficou conhecida como síntese neoclássica, buscou demonstrar que as proposições da economia – no que tange a determinação dos níveis de produto e emprego - ainda poderiam ser descritas pelo pensamento econômico clássico, em que, segundo estes, garantido as condições normais de flexibilidade de preços e de salários, haveria forças endógenas capazes de fazer com que a economia convergisse para o equilíbrio com pleno emprego. Mais especificamente, o que estes autores buscaram mostrar é que o modelo proposto pela macroeconomia keynesiana era válido somente no curto prazo, onde as flutuações econômicas eram explicadas, principalmente, pela rigidez de preços e de salários. Essa conclusão baseia-se principalmente sobre a hipótese da atuação do efeito riqueza real (efeito Pigou). Entretanto, esta hipótese é altamente contestável, uma vez que a deflação dos salários nominais também gera efeitos recessivos na economia, os quais, se suficientemente forte, podem neutralizar e até mesmo reverter o efeito riqueza real. Nesse sentido, o presente trabalho tem por objetivo principal demonstrar, através de um modelo dinâmico não linear, a preposição da economia keynesiana, qual seja, que o equilíbrio de longo prazo ocorre com subutilização de recursos. Para tanto, desenvolve-se um modelo dinâmico a partir de duas equações diferenciais (caracterizado como ciclo limite) em que demonstra-se que a economia pode ficar flutuando ao redor de um ponto de equilíbrio de longo prazo caracterizado pela presença do desemprego involuntário. Mais especificamente, demonstra-se que não existem forças que garantem a convergência da economia a sua posição de pleno emprego, tal como propunham os economistas da síntese neoclássica. Cabe ressaltar, que a opção pela não linearidade esta no entendimento de que os argumentos apresentados no capítulo 19 da TG passam a ser melhor representados por essa formalização, uma vez que identifica-se que os efeitos contraditórios de uma deflação de preços sobre a demanda agregada ocorrem de forma simultânea, em um determinado intervalo de tempo, de tal forma que é provável que existam intervalos onde o efeito positivo de uma deflação de preços sobre a demanda agregada sejam superiores aos efeitos negativos, enquanto que para outros intervalos esse resultado passa ser invertido.

Palavras – Chave: Equilíbrio, Desemprego Involuntário e Ciclo – Limite.

ABSTRACT

The objective of this paper is to reevaluate the debate between Keynes and the (neo) classics over the determinants of long-run equilibrium level of output and employment. As showed by Keynes in *The General Theory*, based on the principle of effective demand, there is no endogenous forces in the economy that are able to achieve and sustain the full employment of labor force. As a logical conclusion of this reasoning, the normal condition of a capitalist economy is to operate with under utilization of productive capacity. The reaction from the conventional wisdom, namely the neoclassic synthesis, was to demonstrate that the basic propositions of classical economics could still be sustained by means of a Walrasian analytical structure. More specifically, these authors tried to show that Keynes's model was valid just in a short run, where aggregate demand shocks produce fluctuations in real output and employment as a result of wage and price rigidity. This conclusion is based mainly on the operation of the real balance effect (or Pigou's effect). However, magnitude of the real balance effect is highly questionable, since wage and prices deflation also cause recessive effects over aggregate demand and output which, if strong enough, can neutralize and even revert the effect real balances over demand and output.

1 | INTRODUÇÃO

As discussões e as interpretações dadas ao papel da política monetária, bem como, ao comportamento dinâmico da economia capitalista, passam a mudar radicalmente a partir dos escritos de John Maynard Keynes. O autor desenvolve sua teoria na qual nega as pressuposições clássicas de pleno emprego. Mais especificamente, o autor nega a automaticidade da geração de pleno emprego, uma vez que o mesmo passa a ser considerado apenas um caso particular. Isso significa, em outras palavras, a negação da Lei de Say e da Teoria Quantitativa da Moeda que eram bases fundamentais nas quais estavam ancoradas as prescrições de políticas econômicas da época, ou seja, do pensamento econômico clássico.

A publicação de sua principal obra, a Teoria Geral do Emprego, do Juro e da Moeda – doravante TG – passa a influenciar decisivamente a forma pelo qual são tratados, a nível teórico e prático, os problemas econômicos relativos ao par produção-emprego. Escrita com o intuito de investigar, com base no princípio da demanda efetiva, os determinantes do nível de ocupação (da capacidade produtiva) no curto prazo, a TG é uma alternativa analítica apresentada por Keynes ao que havia sido proposto até então pela economia clássica, em especial, no que se refere a preposição desta de que a economia tende a convergir no longo prazo para um ponto de equilíbrio em que prevalece a *ocupação plena* dos recursos disponíveis. Segundo Lima (2003), Keynes procurou demonstrar que a formulação clássica para o entendimento da operação de uma economia de mercado estava incorreta, especialmente no tocante aos fatores responsáveis pela determinação do grau de utilização da capacidade produtiva. Nesse sentido, o autor mostra a inexistência de forças endógenas que engendram e mantêm a plena ocupação dos fatores sendo, portanto, o equilíbrio com capacidade ociosa - de fato - a condição normal da economia capitalista.

Em síntese, segundo Ferrari Filho (1997), na TG Keynes busca negar o sistema de mercado auto-equilibrante e mostrar, a partir do princípio da demanda efetiva, a determinação da capacidade a ser utilizada dos recursos existentes na economia, além dos mecanismos que minimizam as flutuações cíclicas dos níveis de produto e emprego. Neste caso, ele decompõe o princípio da demanda efetiva em três proposições teóricas: teoria da função consumo (propensão a consumir), teoria do investimento (eficiência marginal do capital) e teoria da taxa de juros (preferência pela liquidez).

Segundo Keynes, as crises de demanda e, por conseguinte, do desemprego, manifestam-se porque os indivíduos, face à incerteza em relação ao futuro, retêm moeda em seus portfólios,

postergando assim, quaisquer decisões de consumo e investimento. As decisões de reter moeda, por sua vez, podem ser explicadas pelas propriedades essenciais que a moeda possui em contraposição aos outros ativos, a saber, a elasticidade zero (ou desprezível) de produção e baixa elasticidade de substituição.

O pensamento convencional, no entanto, não aceitou as conclusões da macroeconomia Keynesiana. Como tentaram mostrar uma série de autores (Hicks-1939; Modigliani - 1944; Patinkin - 1948, 1956; Tobin - 1969; entre outros), no que mais tarde seria chamado de síntese neoclássica, as proposições da economia – no que tange a determinação do nível da capacidade produtiva a ser empregada - ainda poderiam ser descritas pelo pensamento econômico clássico, em que, segundo estes, garantido as condições normais (leia-se, a flexibilidade de preços e salários) a economia tenderia a sua posição de equilíbrio com pleno emprego. Mais especificamente, estes autores buscaram mostrar que o modelo proposto pela macroeconomia keynesiana era válido somente a curto prazo, onde as flutuações econômicas eram explicadas, principalmente, pela rigidez de preços e de salários. Nesse sentido, no longo prazo continuavam válidas as preposições da economia clássica, quais sejam, que o mercado se ajusta a possíveis falhas e que a economia segue a sua trajetória natural.

Mais especificamente, a idéia básica desses autores era de que a noção tradicional de equilíbrio, ou seja, o *market clearing* simultâneo em todos os mercados, incluindo o mercado de trabalho, pode ser considerado uma descrição acurada das tendências de uma economia de mercado sendo, portanto, somente possível o alcance dos resultados propostos por Keynes se um desses mercados estivesse sobre a influência de algum tipo de rigidez ou de outras imperfeições¹.

Dado o que foi mencionado, é possível observar a controvérsia que existe na literatura em relação à possibilidade de convergência da economia a um determinado ponto de equilíbrio com pleno emprego. Nesse sentido, deve-se considerar que se o equilíbrio de longo prazo da economia for alcançado com pleno emprego dos recursos – diga-se, pleno emprego da força de trabalho -,

¹ Ressalta-se, como destaca Vercelli (1991), que o ponto de equilíbrio, ou mais especificamente, que o conceito de equilíbrio, é um tema que ao longo do tempo tem assumido diversos significados e que, invariavelmente, está envolvido nas controvérsias das distintas teorias macroeconômicas. Segundo o autor, em uma tentativa de organizar esta questão, é possível distinguir três conceitos básicos de equilíbrio: i) o conceito de equilíbrio sintático, que está associado à solução de uma equação ou de um sistema de equações (neste caso, a solução é simplesmente um conjunto de valores que faz com que as equações do sistema sejam logicamente compatíveis - segundo o autor, este conceito é inaceitável porque o mesmo não provém nenhum critério que possa distinguir entre equilíbrio e desequilíbrio); ii) o conceito de equilíbrio dinâmico, onde de acordo com este o sistema está em equilíbrio se ele não for caracterizado por processos dinâmicos endógenos (neste caso, a solução particular representa o equilíbrio, em que a definição representa o comportamento do sistema quando se exclui a dinâmica endógena – este equilíbrio pode ser estacionário ou móvel -) e; iii) o conceito de equilíbrio semântico. Com relação a este último, o equilíbrio é especificado em relação as forças dinâmicas que caracterizam um certo sistema, de acordo com determinada teoria particular - Para exemplificar, o autor mostra como exemplo que, do ponto de vista do equilíbrio semântico, a teoria Walrasiana admite como equilíbrio o ponto em que inexistem excesso de oferta e de demanda dado que são somente estas as forças dinâmicas endógenas consideradas no sistema econômico. Na teoria keynesiana, por sua vez, a presença de desemprego involuntário como ponto de equilíbrio é propriamente assim definido, do ponto de vista do conceito de equilíbrio semântico, uma vez que nesta teoria a força endógena que pode diretamente mudar o emprego é a demanda efetiva.

então as pressuposições da teoria quantitativa são válidas, ou seja, os efeitos da moeda sobre o produto real no longo prazo são nulos e, portanto, esta passa a ser considerada como neutra². Neste caso não há espaço para promoção de políticas ativas - por parte das autoridades monetárias - no sentido de aumentar o produto e o nível de emprego. Caso contrário, se o equilíbrio de longo prazo³ for alcançado com subutilização de recursos – diga-se, desemprego involuntário – os efeitos da moeda sobre o produto real a longo prazo serão não nulos e, portanto, haverá espaço para políticas econômicas ativas, tal como argumentava Keynes.

A questão central torna-se, portanto, demonstrar que o equilíbrio com pleno emprego não pode ser alcançado ou, em outras palavras, que o equilíbrio “normal” da economia capitalista é aquele em que prevalece a subutilização da capacidade produtiva. O ponto de partida é, portanto, mostrar que a flexibilidade de preços e salários não garante o pleno emprego da força de trabalho no longo prazo, como argumentava os defensores da economia clássica. O desafio está, justamente, em como fazer isso. A tentativa feita, entre outros, por Amadeo (1988) e Oreiro (1997), de formalização do argumento de Keynes de que uma deflação de preços e salários pode gerar um processo cumulativo de queda da demanda agregada, redução da produção e do emprego e nova redução de preços e salários, gerou uma trajetória equilíbrio instável.

Mais especificamente, o que Oreiro (1997) demonstrou é que num contexto de preços e salários flexíveis o único equilíbrio possível é o equilíbrio com pleno emprego; ou, em outras palavras, que a argumentação de Keynes apresentada no capítulo 19 da TG não justifica a existência de equilíbrio com desemprego. Logo, a questão é demonstrar que esse equilíbrio existe. Cabe ressaltar, no entanto, que os argumentos apresentados por Keynes ao longo do referido capítulo busca mostrar que a flexibilidade de preços e salários pode tornar instável a posição de equilíbrio com pleno emprego.

A partir da análise de uma deflação de preços, em situações que operam o efeito Keynes – Mundell - Tobin e/ou o efeito Keynes – Fischer, o autor mostra que a economia pode assumir

² O raciocínio inerente a este pensamento baseia-se nos mecanismos de transmissão. Pelo mecanismo de transmissão direto, um aumento na quantidade de moeda, ao aumentar os saldos reais mantidos pelo público acima dos encaixes desejados, faz com que os mesmos busquem se livrar deste excesso aumentando seus gastos. Como a economia encontra-se em pleno emprego, esta demanda adicional provocará elevação do nível de preços. No final do processo de ajustamento o aumento na quantidade de moeda será proporcional à elevação do nível de preços. Por outro lado, o mecanismo indireto postula que, uma variação na quantidade de moeda influencia os preços, não mais através dos gastos, mas principalmente através do seu efeito sobre a taxa de juros. A nova moeda criada pelos bancos e injetada na economia através de empréstimos bancários provoca queda da taxa de juros abaixo da taxa de lucro e, em consequência, estimula os gastos de investimento, que por sua vez, pressionam o nível de preços. Esse aumento no nível de preços ocorrerá até que persistir a diferença entre as duas taxas que, no entanto, tende a ser eliminada rapidamente, uma vez que a elevação dos preços tende a reduzir os saldos reais mantidos pelos agentes. Como o desejo pelos saldos reais tende a ser mantido fixo, os agentes converterão parte dos seus depósitos em moeda, o que provocará uma redução das reservas bancárias obrigando, dessa forma, os bancos a elevar a taxa de juros dos seus empréstimos.

³ O equilíbrio de longo prazo pode ser definido como o estado para o qual cada uma das variáveis endógenas tenderá durante o processo de acumulação de capital ano após ano, num longo período de tempo. Quando a economia alcançar este estado as variáveis endógenas passarão a crescer a uma taxa constante, a qual poderá ser positiva ou nula.

trajetórias não convergentes para o nível de renda e de emprego⁴. Este resultado sugere, portanto, que o equilíbrio com pleno emprego é um equilíbrio instável, de forma que qualquer afastamento desta posição, por menor que seja, gera uma dinâmica em que o nível de produto tende a zero ou ao infinito em um intervalo finito de tempo.

Em síntese, tem-se o seguinte: (i) existe um debate entre Keynes e os economistas da síntese neoclássica sobre a possibilidade de convergência da economia ao ponto de equilíbrio com pleno emprego; (ii) a posição defendida por Keynes com base nos argumentos apresentados no capítulo 19 da TG era de que essa posição de equilíbrio com pleno emprego tende a ser instável; (iii) a formalização deste pensamento feita, entre outros, por Oreiro (1997), mostrou que, de fato a posição de equilíbrio com plena utilização da capacidade produtiva é instável, o que, significa dizer que o pleno emprego não pode ser alcançado pelos mecanismos normais de mercado; e, (iv) o problema desta análise é que a dinâmica do modelo mostrou-se contra factual, no sentido de que as variáveis macroeconômicas passaram a assumir valores *no sense* (tendendo à zero ou ao infinito).

No entanto, sabe-se que a economia tende a flutuar regularmente em torno de uma posição de equilíbrio que não é a de pleno emprego da força de trabalho. Nesse caso, o que é preciso desenvolver é um modelo com preços flexíveis no qual: (a) o equilíbrio seja uma posição de subutilização da capacidade produtiva; e, (b) a economia “flutue” em torno desta posição. Ou seja, o desafio está em construir um modelo no qual a instabilidade seja limitada; um modelo no qual a posição de equilíbrio seja instável, mas que exista uma região em torno dessa posição que tenha a propriedade particular de “capturar” todas as trajetórias que passam perto da mesma. Essa dinâmica é característica de um modelo não linear definido como *ciclo-limite*.

A construção de um modelo que atenda a última característica, qual seja, a de existência de uma instabilidade local do ponto de equilíbrio ao mesmo tempo em que o modelo é globalmente estável (ciclo-limite), permite não só demonstrar a preposição (keynesiana) de que a economia opera no longo prazo com subutilização da capacidade, como também, permite a formalização da idéia de que a economia capitalista é eminentemente instável, sendo esta instabilidade, no entanto, não explosiva⁵.

4 Resumidamente, estes efeitos podem ser apresentados: (i) efeito Keynes-Mundell-Tobin – ocorre quando os agentes esperam que a redução do salário nominal em determinado período será precedida de novas deflações, de tal forma que o agente percebe que poderá obter maior taxa de retorno para os investimentos em capital fixo se os mesmos forem adiados. Nesse caso, a deflação é prejudicial aos investimentos e à demanda agregada; e, (ii) efeito Keynes-Fischer – ocorre quando a deflação aumenta o peso real das dívidas, provocando uma onda de insolvências. Fora isso, um maior valor real para as dívidas reduzirá a propensão a consumir dos devedores. Se esta for maior do que a propensão a consumir dos credores, segue-se que este efeito será depressivo sobre a demanda agregada. Segundo Oreiro (1997) o efeito Keynes – Fischer torna instável a posição de equilíbrio com pleno emprego sob condições mais gerais do que o efeito Keynes – Mundell – Tobin.

5 Referências a este ponto podem ser encontradas em Keynes, por exemplo, como na passagem contida em CWJMK, Vol. VII, p.249. A idéia de estabilidade não explosiva esta associada ao fato de que, neste caso, as variáveis macroeconômicas não assumem valores extremos. Na verdade, as variáveis assumem valores contidos em um determinado intervalo.

A justificativa para a construção deste modelo está no fato de que, a partir de sua formalização, será possível demonstrar o argumento keynesiano utilizando-se do instrumental analítico difundido pelo pensamento econômico clássico. Ou seja, a partir da formalização de um modelo matemático e da análise de estabilidade da sua posição de equilíbrio⁶.

Observe que o modelo que está sendo proposto utilizar-se-á de relações dinâmicas não lineares. A opção pela não linearidade está no entendimento de que os argumentos apresentados no capítulo 19 da TG passam a ser melhor representados por essa formalização, uma vez que identifica-se que os efeitos contraditórios de uma deflação de preços sobre a demanda agregada ocorrem de forma simultânea, em um determinado intervalo de tempo, de tal forma que é provável que exista intervalos onde o efeito positivo de uma deflação de preços sobre a demanda agregada seja superior aos efeitos negativos, enquanto que para outros intervalos esse resultado passa a ser invertido.

Analisando a dinâmica contra factual do modelo proposto por Oreiro (1997), é possível observar que a mesma é, em grande medida, consequência da formalização dos argumentos propostas por Keynes com base em relações lineares. O problema de adotar este tipo de formalização é que a solução requer hipóteses restritivas, tais como, a de que os efeitos positivos de uma deflação são, para todo o período de tempo, superiores aos negativos.

Em outras palavras, mesmo incluindo na análise os efeitos propostos por Keynes no capítulo 19 da TG, a existência de um equilíbrio com desemprego ainda não foi demonstrada, uma vez que, o único equilíbrio compatível com o modelo linear – tal como proposto por Oreiro (1997) - é o equilíbrio com pleno emprego. Logo, o que se propõe é desenvolver um modelo matemático em que estejam contemplados os argumentos de Keynes, formalizando-os a partir de relações não lineares.

Em síntese, o objetivo do trabalho é estudar, de uma forma teórica, a possibilidade da economia ficar flutuando em torno de um equilíbrio com subutilização da capacidade produtiva num contexto em que os preços e salários são flexíveis. Mais especificamente, busca-se retomar a discussão em torno da teoria da determinação do produto e do emprego entre Keynes e os (neo) clássicos e demonstrar, através de um modelo dinâmico não linear, a preposição da economia keynesiana, qual seja, que o equilíbrio de longo prazo ocorre com subutilização de recursos.

Para atender aos objetivos, o trabalho foi estruturado em cinco capítulos, além desta introdução. O segundo capítulo apresenta o princípio da demanda efetiva e a determinação do nível

⁶ Como norma geral, o modelo clássico e seus desdobramentos posteriores têm como característica comum à idéia de o sistema econômico converge a um determinado ponto de equilíbrio e que a realidade é pré-determinada. Em outras palavras, o comportamento maximizador de agentes racionais, operando em um ambiente descrito por uma realidade ergódica e, dado o aprendizado desses agentes ao longo do tempo, faz com que as melhores decisões possíveis sejam tomadas de tal forma que não haja, portanto, obstáculos a convergência desse sistema a sua posição de equilíbrio de longo prazo. Nesse sentido, posições de desequilíbrio são identificadas como perturbações não regulares ou aleatórias sobre a trajetória normal (de estabilidade) do sistema, sendo estas, no entanto, incapazes de afetar a estrutura qualitativa da economia.

de emprego conforme a concepção de Keynes a partir da TG; o terceiro capítulo apresenta a síntese neoclássica e os desdobramentos *à posteriori* que reduziram as proposições da TG como um simples caso particular do modelo clássico tradicional. O quarto capítulo apresenta uma discussão sobre os modelos caracterizados como ciclo - limite; e o quinto capítulo apresenta o desenvolvimento do modelo proposto. Por fim, o sexto capítulo sumariza as conclusões.

2 | O PRINCÍPIO DA DEMANDA EFETIVA E A TEORIA DE EMPREGO EM KEYNES: uma abordagem a partir da Teoria Geral

Para entender a teoria da produção e do emprego na análise keynesiana deve-se começar pela análise do mercado de trabalho, mais especificamente, pelas críticas feitas por Keynes ao pressuposto clássico de que a oferta de trabalho (e, portanto, a decisão de trabalhar por parte dos trabalhadores) estaria associada ao nível do salário real. Em outras palavras, o autor nega a condição de equilíbrio proposta pelos clássicos de que o salário real deve ser igual a desutilidade marginal do trabalho, uma vez que nada garante que essa condição seja válida.

Mais especificamente, Keynes ao identificar a economia capitalista como uma economia essencialmente monetária, mostra que os contratos existentes e firmados nessa economia são fixados em termos nominais o que, portanto, estabelece que o salário também será estabelecido em termos nominais. Contudo, deve-se considerar que os preços não são estabelecidos na barganha salarial (a demanda e os preços só serão conhecidos muito depois do contrato de trabalho ter sido firmado) o que impede, portanto, de os trabalhadores decidirem os níveis de salário real e emprego, uma vez que, a um dado nível de salário nominal, corresponderiam diversos níveis de salário real. Em outras palavras, várias funções de oferta estariam associadas a um determinado nível de salário nominal, mostrando que, na falta de uma unicidade de equilíbrio, ele não pode ser determinado⁷. Essa é a principal crítica que destrói o mercado de trabalho clássico.

A “nova” teoria do emprego, elaborada por Keynes, passa a ser apresentada e determinada, necessariamente, pelo princípio da demanda efetiva. Este, por sua vez, é definido pelo ponto em que a procura global é igual à oferta global. Mais especificamente, seguindo a metodologia proposta pelo autor no capítulo 3 da TG, onde são definidos a função de oferta global Z (onde Z é o preço de oferta agregada que resulta do emprego de N trabalhadores) e a função de procura global D (onde D é o montante que os empresários esperam receber ao empregar N trabalhadores), tem-se que, toda vez que D for maior que Z , haverá estímulo para aumentar o emprego acima de N e, em caso contrário, para reduzi-lo.

Portanto, segundo Keynes (1982, p. 38) “o volume de emprego fica determinado pelo ponto de interseção da função de procura global e da função de oferta global, pois é neste ponto que as

⁷ Deve-se ressaltar que para Keynes o salário nominal tenderia a ser rígido, uma vez que a informação é imperfeita.

previsões de lucro dos empresários serão maximizadas”. Esse ponto, por sua vez, passa a depender dos fatores que determinam as funções Z e D , quais sejam, a eficiência marginal do capital, a propensão a consumir e a preferência pela liquidez.

Cabe ressaltar ainda que a ênfase de Keynes na Teoria Geral era de que “o ponto em que as previsões de lucros dos empresários são maximizadas” não necessariamente corresponde a um ponto de equilíbrio com pleno emprego. Nesse sentido, a fim de elucidar esta preposição, o presente capítulo tem por objetivo retomar a análise dos elementos essenciais ao entendimento do conceito de demanda efetiva proposta por Keynes na TG, integrando-a com a teoria do emprego. Além disso, busca-se demonstrar que o desemprego involuntário não é consequência do erro de expectativas, ou seja, não é um fenômeno de desequilíbrio que surge em consequência do hiato entre expectativas esperadas e expectativas realizadas.

Para cumprir com os objetivos, o presente capítulo será dividido em três seções, além desta introdução e das considerações finais. A primeira seção apresenta o conceito de demanda efetiva proposto por Keynes no capítulo 3 da TG e busca demonstrar, com base nesse princípio, que a mensagem central é de que o produto e o nível de emprego são determinados pela demanda efetiva e que este não necessariamente corresponde ao produto de pleno emprego; a segunda seção discute o mercado de trabalho e as críticas propostas por Keynes aos postulados clássicos; e, a terceira sessão apresenta o processo de formação de expectativas e a determinação de equilíbrio.

2.1 O Princípio da Demanda Efetiva

Antes de definir-se especificamente este conceito, deve-se ressaltar a visão que Keynes tinha da economia capitalista. Para o autor, a economia capitalista era essencialmente uma economia empresarial (monetária), caracterizada pela presença do dinheiro, onde este não somente faz parte da produção (enquanto bem), mas também é um direito sobre ela, que pode ser exercido ou não e que, portanto, é de alguma forma responsável pelas flutuações econômicas. Nesta mesma economia empresarial, o empresário não está interessado na quantidade de bens, mas no volume de dinheiro que irá caber-lhe. Esse empresário aumentará sua produção tão somente se ele esperar que com isso aumente seu lucro monetário, não existindo nada que garanta que o nível de produto escolhido pelo empresário corresponde ao de pleno emprego⁸.

8 Nas palavras de Ferreira (2003, pág. 109): “a macroeconomia de Keynes se assenta em uma teoria da tomada de decisão do agente proprietário de riqueza. Não parte, como a teoria microeconômica supostamente adequada para “microfundamentar” a macroeconomia, de um produtor de mercadorias, maximizador de lucros. Parte de um capitalista, que tem como objetivo maximizar riqueza. Empenhar-se na geração de fluxos de nova riqueza real e, especificamente, em bens de produção, será apenas uma das várias alternativas a ele colocadas. Keynes está interessado nessa tomada de decisão, que considera fundamental para determinar a demanda efetiva e, assim, o nível de emprego”.

Em outras palavras, segundo Lima (2003), Keynes chamou a atenção para o fato de que o nível de equilíbrio da renda – determinada pela demanda efetiva - em uma economia monetária pode não ser o de pleno emprego. Ainda, segundo o autor, com base neste conceito Keynes foi capaz de sustentar que, sendo o fluxo monetário total de receitas governado pelas decisões individuais de gastos dos agentes econômicos na aquisição de bens e serviços, a mera disponibilidade de fatores produtivos, ainda que com preços flexíveis, não é suficiente para que os produtores concretizem suas decisões de produção.

Para esclarecer este ponto deve-se definir o conceito de demanda efetiva. Este, em termos macroeconômicos, enuncia que o nível de produção como um todo e o volume de emprego a ele associado são determinados pelo cruzamento de duas funções do nível de emprego, N , a saber, a oferta agregada $Z(N)$ e as estimativas de demanda agregada das firmas $D(N)$. A função oferta agregada - que está associada ao conceito de preço de oferta global, ou simplesmente função de oferta global - constitui-se na soma das receitas mínimas que justificam exatamente o emprego de tais fatores, ou seja, o que os empresários desejam receber para cobrir os custos salariais e o custo de oportunidade. A demanda agregada revela, para cada nível de emprego, o rendimento que as firmas esperam pela venda da produção derivada do emprego desse volume de mão de obra.

O ponto de demanda efetiva, que determina o nível de produção e emprego, é determinado no ponto em que as expectativas de lucro dos empresários são maximizadas. A fim de provar esta proposição, o que segue busca derivar a curva de oferta agregada e a curva de demanda agregada, mostrando que, no ponto de intersecção destas duas curvas de fato ocorre à maximização dos lucros. É objetivo, também, mostrar que este ponto não necessariamente corresponde ao de pleno emprego.

Para efetuar esta análise assume-se que a economia é descrita pelas seguintes características:

i) As firmas atuam em mercados nos quais prevalece a *concorrência perfeita*, sendo assim *tomadoras de preço*. Dessa forma, não há nenhum tipo de diferenciação de produtos e os mercados são caracterizados pela atomização dos produtores.

ii) A produção é um processo que se desenvolve no tempo calendário, ou seja, as firmas decidem quanto vão produzir antes de conhecerem a demanda pelos seus produtos. Dessa forma, as firmas devem formular expectativas sobre o preço pelo qual serão capazes de vender a sua produção acabada no mercado.

iii) As firmas determinam o nível de produção e de emprego de forma a maximizar os seus lucros esperados.

2.1.1 A curva de Demanda Agregada

A função de demanda agregada é aquela função que relaciona a receita que as firmas, no seu conjunto, esperam obter pela venda de cada volume possível de produção no mercado com o nível de emprego correspondente a esse volume produzido. Para tanto, a função de demanda agregada tem dois componentes fundamentais, quais sejam: i) o preço pelo qual a firma espera ser capaz de vender cada unidade produzida no mercado; ii) a função que relaciona a quantidade produzida com o nível de emprego requerido para a obtenção dessa produção.

Com efeito, dadas as expectativas das firmas quanto ao preço que elas esperam obter pela venda de sua produção acabada no mercado, a receita esperada total pode ser obtida pela multiplicação do nível realizado de produção com o preço esperado. Sabendo que a quantidade produzida é uma função da quantidade empregada de trabalho, pode-se construir uma função que relaciona a receita total esperada pelas firmas com o nível de emprego por elas oferecido. Essa função estabelece que, para um dado nível esperado de preços, a receita total esperada pelas empresas é uma função crescente do nível de emprego. Essa relação é um simples reflexo de que em mercados nos quais prevalece a concorrência perfeita, as firmas podem vender quaisquer quantidades ao preço de mercado (Dutt, 1991; pág. 206-07).

Sendo assim, a *função de demanda agregada* pode ser expressa por intermédio da seguinte equação:

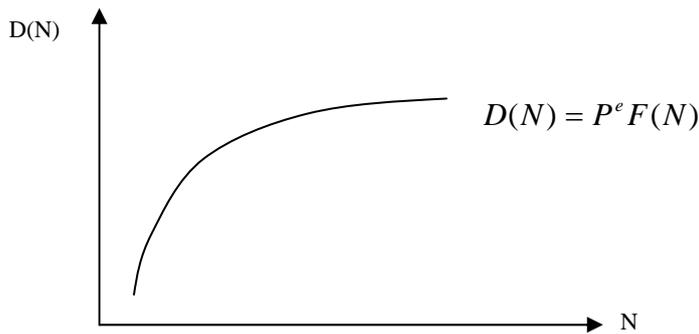
$$D(N) = P^e F(N) \tag{2.1}$$

Onde: P^e é o preço de venda esperado pelas firmas; $F(N)$ é a função que relaciona o nível de produção com o emprego requerido para a obtenção do mesmo.

A função de demanda agregada, tal como definida por Keynes no capítulo 3 da TG, tem inclinação positiva (figura 2.1), sendo que sua posição é determinada pelas expectativas das firmas quanto ao preço que podem obter pela venda de sua produção acabada no mercado. Se essas expectativas mudarem, então a posição da função de demanda agregada também irá mudar.

A curvatura da função de demanda agregada está condicionada pelo fato de que, no curto-prazo, a firma opera com rendimentos marginais decrescentes; de forma que aumentando o nível de emprego, a receita total esperada – dadas as expectativas das firmas quanto ao preço de venda de seus produtos – também irá aumentar, só que em menor proporção⁹.

⁹ Deve-se ressaltar, contudo, que a hipótese de rendimentos marginais decrescentes, no modelo desenvolvido por Keynes no capítulo 3 da TG, não se fundamenta na *lei das proporções variáveis*, tal como ocorre nos modelos neoclássicos (cf. Amadeo, 1982, p.26). Na construção da função de demanda agregada, assumimos a existência de rendimentos decrescentes porque à medida que as firmas contratam mais trabalhadores, as máquinas e os homens empregados na margem são menos eficientes. Isso decorre, portanto, da hipótese implícita de que capital e trabalho não são fatores de produção homogêneos; ou seja, o estoque de capital é composto por “safras” de máquinas produzidas em pontos diferentes do tempo, possuindo assim níveis diferentes de “obsolescência tecnológica”, e a força de trabalho é também composta por trabalhadores que possuem níveis diferenciados de qualificação (Oreiro, 2006b).

Figura 2.1 A Curva de Demanda Agregada

2. 1.2 A curva de Oferta Agregada

Para derivar a curva de oferta agregada, supõe-se como dados os salários nominais, a técnica de produção e o estoque de capital das empresas. Nesse sentido, pode-se definir a chamada *função de oferta agregada* como sendo a função que relaciona o nível de emprego com a receita que é exatamente suficiente para induzir os empresários a oferecer o dito nível de emprego. Em outras palavras, em cada ponto da função de oferta agregada, as firmas estarão maximizando os seus lucros.

Segundo Chick (1983, p. 66) a construção da função de oferta agregada pode ser feita da seguinte forma: as firmas maximizadoras de lucro vão atuar em mercados nos quais prevalece a concorrência perfeita expandindo a produção o nível de produção até o ponto em que o custo marginal de produção seja igual ao preço, ou seja:

$$\frac{W}{F'(N)} = P \quad (2.2)$$

onde: W é a taxa nominal de salários, $F'(N)$ é o produto marginal do trabalho, P é o preço de venda no mercado.

Multiplicando-se ambos os lados de (2.2) pelo nível de produção Q , obtemos:

$$\left(\frac{W}{F'(N)} \right) Q = PQ \equiv Z \quad (2.3)$$

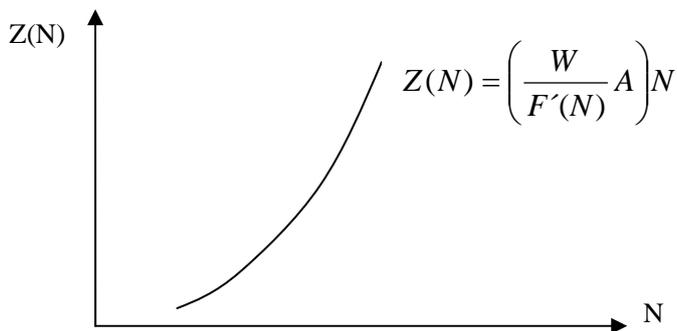
onde: Z é a receita mínima necessária para induzir os empresários a oferecer o volume de emprego N .

Definindo $A = \frac{Q}{N}$ como o produto médio do trabalho e substituindo essa variável na equação (2.3), obtemos finalmente que:

$$\left(\frac{W}{F'(N)} A \right) N = Z(N) \quad (2.4)$$

A equação (2.4) apresenta o formato final da função de oferta agregada, conforme mostrado na figura (2.2);

Figura 2.2: O Curva de Oferta Agregada

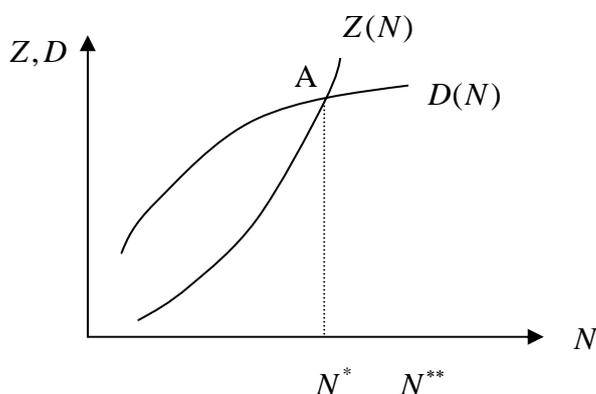


A função de oferta agregada será representada por uma curva positivamente inclinada, uma vez que os empresários só estarão dispostos a oferecer um volume maior de emprego se puderem obter um volume maior de receita e de lucros do que o obtido com o nível corrente de emprego. A posição da curva de oferta agregada é determinada pelo nível dos salários nominais. Nesse contexto, uma elevação dos salários nominais irá resultar num aumento da receita mínima necessária para as empresas oferecerem cada nível possível de emprego.

2.1.3 O Ponto de Demanda Efetiva

O nível de emprego efetivamente oferecido pelas firmas é determinado no ponto em que as funções de demanda e de oferta agregada se interceptam, ou seja, no ponto em que $D(N)$ se iguala a $Z(N)$. Esse ponto foi denominado por Keynes de *ponto de demanda efetiva* e sua visualização pode ser feita por intermédio da figura (2.3).

Figura 2.3: Determinação do ponto de Demanda Efetiva



Na figura 2.3, N^* é o nível de emprego que as firmas estarão dispostas a oferecer, dadas as suas expectativas quanto ao preço pelo qual serão capazes de vender a sua produção acabada no mercado e dado o nível de salário nominal. O chamado ponto de demanda efetiva corresponde,

portanto, apenas à receita que as firmas esperam obter da venda da produção, por elas decididas, no mercado. Observe que, a esquerda de N^* , as empresas esperam obter uma receita pela venda da produção resultante do emprego por elas oferecido maior do que a receita mínima que elas exigem para oferecer esse nível de emprego e, portanto, daqui se segue que as empresas podem aumentar o seu lucro se aumentarem o nível de emprego até N^* . Por outro lado, a direita de N^* , a receita que as empresas esperam obter é menor do que a receita mínima que elas exigem para oferecer esse nível de emprego. Neste caso, as empresas podem aumentar o seu lucro se reduzirem o nível de emprego até N^* . Logo, o ponto de demanda efetiva (ponto A) é o ponto de lucro máximo.

Segundo Possas (2003), deve-se fazer em relação a este ponto duas observações: i) em primeiro lugar, que ambas as curvas não são definidas convencionalmente em termos de valores unitários, mas sim de valor agregado no sentido de Keynes, em que tanto a receita esperada (curva de demanda) quanto o preço de oferta são calculados deduzindo-se o custo de uso¹⁰. Segundo o autor, entre outras conseqüências, este procedimento faz com que a curva de oferta, tanto individual como agregada, possa ser crescente com o nível de produção e emprego, sem que isso implique qualquer hipótese de rendimentos decrescentes; e, ii) a segunda e mais importante, segundo o autor, é que a demanda é definida *ex-ante*, fazendo com que a sua interseção com a curva de oferta – que define o ponto de demanda efetiva – também seja *ex-ante*. Nesse sentido, conclui-se que o conceito de equilíbrio – dado pela interseção das curvas de oferta e demanda – tem na obra de Keynes um sentido especial e de que, o próprio conceito de demanda efetiva, exposto na Teoria Geral é, portanto, um conceito *ex-ante*¹¹.

Sendo o ponto de demanda efetiva um ponto definido *ex ante*, ou seja, correspondente a uma dada rentabilidade esperada por parte das empresas, a questão que se coloca é o que acontece se esse resultado esperado diferir do resultado efetivamente observado (demanda realizada). Na Teoria Geral, Keynes admite que as expectativas são sempre realizadas, de tal forma que a partir desta suposição ela passa a examinar os determinantes da demanda realizada que, supondo uma economia fechada e sem governo, são os gastos em consumo e os gastos em investimento. A hipótese implícita nesta suposição é de que se a receita realizada diferir da receita esperada, as firmas

¹⁰ Keynes (1973, p. 69) define o custo de como sendo a redução do valor sofrido pelo equipamento em virtude de sua utilização, comparada com a que teria sofrido se não tivesse havido tal utilização, levando em conta o custo de manutenção e das melhorias que conviesse realizar, além das compras a outros empresários. Formalmente, este conceito pode ser expresso como: $A_1 + (G' - B') - G$ onde: A_1 representa o montante de compras que o empresário faz a outro empresário, G o valor real do seu equipamento de capital no fim do período, e G' o valor que esse equipamento teria no final do período se ele se houvesse absterido de utilizá-lo e tivesse gasto a soma B' para sua manutenção e melhoramento.

¹¹ Neste caso o autor considera que a curva de oferta também é definida *ex-ante*. No entanto, sendo a curva de oferta o montante da soma mínima que justifica exatamente o emprego dos fatores de produção - neste caso o trabalho - e sendo o salário, portanto, o principal componente dos custos, é plausível admitir que os empresários saibam qual é o rendimento/custo de empregar um volume N de trabalho. Neste caso, a idéia de curva de oferta como um conceito *ex-ante* perde o sentido.

buscaram ajustar a sua produção. Esse ajustamento se daria através de um processo de “tentativa e erro”, de tal forma que eventualmente seria alcançado uma posição de equilíbrio de curto período.

Mais especificamente, deve-se levar em consideração que a quantidade produzida por cada firma foi definida no início do período de produção, sendo esta, portanto, um dado no momento em que é posta a venda no mercado. Se as receitas provenientes das vendas dessa produção for menor do que a receita que as empresas esperam obter, então elas serão obrigadas a vender a sua produção a um preço mais baixo do que aquele que haviam antecipado no início do período de produção¹². Isso fará com que, no início do próximo período de produção, as firmas sejam levadas a revisar para baixo as suas expectativas quanto ao preço pelo qual podem vender a sua produção acabada no mercado. Nas palavras de Keynes:

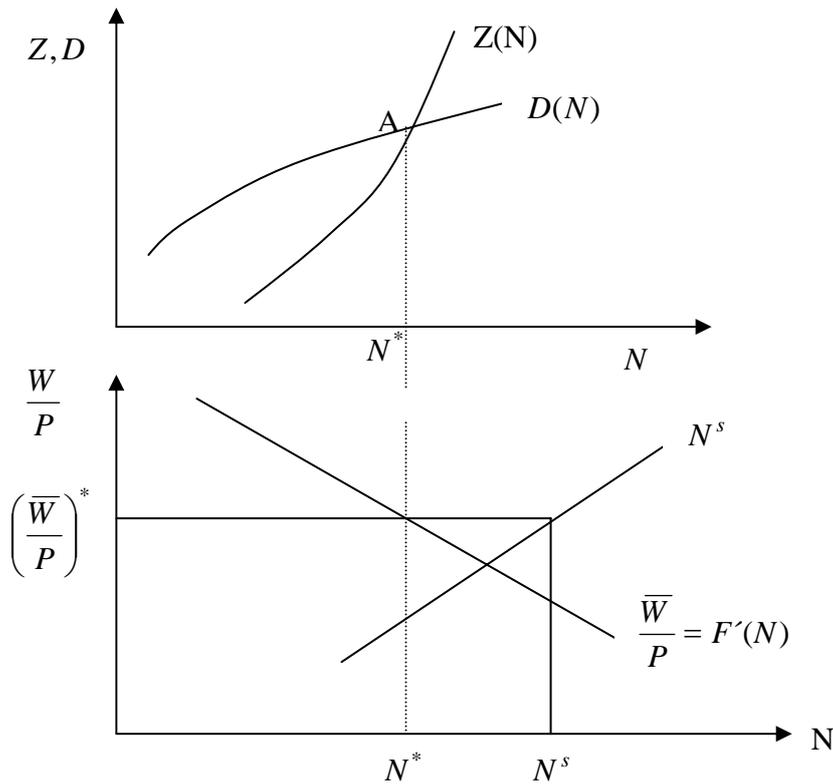
Entrepreneurs have to endeavour to forecast demand. They do not, as a rule, make wildly wrong forecasts of the equilibrium position. But, as the matter is very complex, they do not get it just right; and they endeavour to approximate to the true position by a method of trial and error. Contracting where they find that they are overshooting their market, expanding where the opposite occurs. It correspond precisely to the haggling of the market by means of which buyers and sellers endeavour to discover the true equilibrium position of supply and demand (CWJMK, Vol. XIV: p.182)

A questão fundamental levantada por Keynes é que não há nenhum motivo pelo qual a posição de equilíbrio de curto-período seja caracterizada pelo pleno-emprego da força de trabalho, ou seja, por uma situação em que todos os trabalhadores dispostos a trabalhar ao nível de salário real prevalecente no mercado conseguirão encontrar emprego a esse mesmo salário.

Para demonstrar a validade dessa afirmação, convém admitir, assim como supôs implicitamente Keynes no capítulo 5 da TG, que os empresários acertam continuamente as suas expectativas a respeito do preço pelo qual podem vender a sua produção acabada no mercado. Nesse contexto, o ponto de demanda efetiva implica, dadas às condições técnicas de produção e a taxa de salário nominal, numa dada taxa de salário real, uma vez que as firmas maximizam lucros e, portanto, é verdade que $\bar{W}/P = F'(N^*)$. No entanto, cabe ressaltar, que a essa taxa de salário real é possível que a quantidade de trabalho ofertada supere o nível de emprego efetivo. O desemprego resultante é, portanto, essencialmente involuntário, uma vez que ocorre num contexto em que existem mais trabalhadores querendo trabalhar ao salário vigente do que as vagas de trabalho disponíveis. Essa situação é descrita na figura que se segue.

Figura 2.4: O nível de emprego de equilíbrio de curto-período

¹² A opção de retenção de estoques e, portanto, de sustentação de preços não está disponível para as firmas dada a hipótese de concorrência perfeita nos mercados de bens.



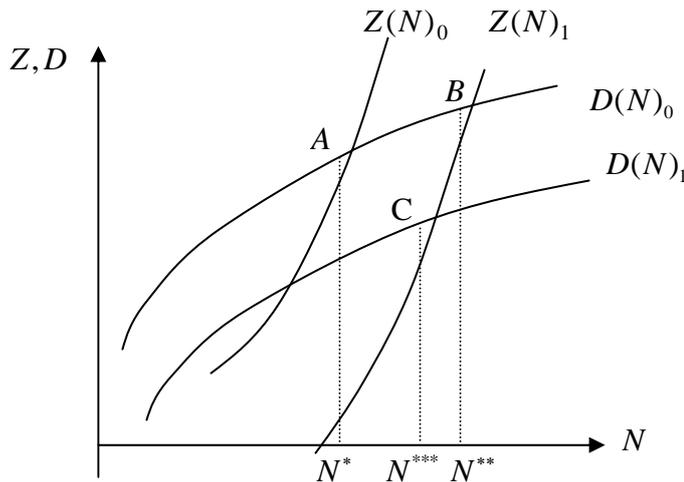
Observe que, mesmo que os trabalhadores estejam dispostos a aceitar uma redução dos salários nominais, as empresas só estarão dispostas a oferecer esse emprego adicional se estiverem confiantes que haverá um aumento suficiente de vendas e das receitas que torne *lucrativa essa expansão do emprego*. Caso contrário, o nível de emprego continuará sendo N^* , e uma redução dos salários nominais terá como efeito uma redução proporcional dos preços.

Para esclarecer este ponto, a figura (2.5) apresenta os possíveis efeitos de uma redução no salário nominal. Supondo que a função demanda agregada continue na mesma posição, esse deslocamento da curva de oferta determinará uma nova posição de equilíbrio de curto prazo, caracterizada por um novo nível de emprego N^{**} superior ao nível de emprego inicial. Como supõem-se que as expectativas das firmas estão sendo confirmadas, a função demanda agregada deve ser estimulada por essa redução dos salários nominais. Isso significa dizer, em outras palavras, que as empresas esperam (corretamente) que uma redução dos salários nominais irá atuar no sentido de aumentar a receita obtida pela venda de seus produtos no mercado (Oreiro, 2006b).

Entretanto, vale ressaltar que na verdade uma redução dos salários nominais pode, pelo contrário, produzir uma queda significativa da demanda agregada¹³. Desta forma, os empresários vão esperar uma redução em suas receitas, tal como mostrado pelo deslocamento da curva $D(N)_0$ para $D(N)_1$ na figura (2.5). Neste caso, o novo nível de emprego seria dado por N^{***} .

Figura 2.5: O Efeito de uma queda nos Salários Nominais

¹³ Esse ponto será aprofundado ao longo do trabalho.



Assim, ao estabelecer o princípio da demanda efetiva, Keynes demonstrou que existe um limite à expansão lucrativa da produção independentemente da existência ou não de desemprego no mercado de trabalho. Conforme demonstrou-se, o par produção e emprego é definido pelo princípio da demanda efetiva. Este, por sua vez, depende das expectativas quanto a rentabilidade esperada por parte das firmas no início do processo de produção. Logo, a existência de desemprego involuntário não depende da hipótese de que existe algum tipo de rigidez no mercado de trabalho e, também, não pode ser eliminado por uma redução no salário nominal, pois nada garante que essa redução ampliará o nível de emprego oferecido pelas firmas. Conforme mostrou Keynes no capítulo 19 da TG, existe uma série de efeitos – provocados pela redução salarial – que *a priori* não permite que se conclua que esta redução possa provocar um aumento da demanda agregada e, portanto, do emprego. Independentemente disso, como será visto na sessão a seguir, os ajustamentos no mercado de trabalho são endógenos, ou seja, dependentes do nível de produção.

2.2 O Mercado de Trabalho No Modelo Keynesiano

Para apresentar o comportamento do mercado de trabalho no modelo keynesiano e, para que seja possível compará-lo ao modelo clássico, apresenta-se resumidamente a estrutura deste último.

O mercado de trabalho no modelo clássico é definido a partir de dois pressupostos, quais sejam: (i) salário é igual ao produto marginal do trabalho, na ausência de imperfeições de concorrência e de mercados; e, (ii) a utilidade do salário, quando se emprega determinado volume de trabalho, é igual à desutilidade marginal desse mesmo volume de emprego. O primeiro postulado representa a curva de demanda por trabalho e o segunda a curva de oferta.

O importante, no entanto, é entender o papel (lógica) deste mercado dentro do modelo clássico: neste, no curto prazo, a quantidade de trabalho é determinada, primeiramente, no mercado de trabalho; na função de oferta de trabalho os assalariados maximizam a utilidade total igualando

salários real a desutilidade do trabalho e, na função de demanda por trabalho, os empresários maximizam lucro pelo fato de igualar a produtividade marginal do trabalho com seu custo marginal. Na ausência de imperfeições, a quantidade de trabalho corresponderá a pleno emprego¹⁴ (Herscovici, 2006; pág. 34). Num segundo momento, uma vez definida a quantidade de trabalho que será empregada, no mercado de bens e serviços será determinado o nível de produção, ou seja, este depende do nível de emprego determinado previamente no mercado de trabalho (pela negociação de trabalhadores e empresários). Dessa forma, o desemprego no modelo clássico contempla tão somente o desemprego friccional e o desemprego voluntário.

Segundo o pensamento ortodoxo, a existência de desemprego involuntário não se constituiria em uma situação de longo prazo em um contexto em que preços e salários fossem flexíveis. Isto porque, desde que os trabalhadores aceitassem uma redução do salário nominal, o emprego seria estimulado de tal forma a alcançar o equilíbrio com pleno emprego (excetuando-se, o chamado desemprego friccional e desemprego voluntário). O argumento apresentado era de que uma redução nos salários nominais estimularia, *ceteris paribus*, a demanda ao fazer baixar o preço dos produtos acabados, aumentando a produção e o emprego até o ponto em que a redução dos salários nominais ficasse compensada pela eficiência marginal decrescente do capital à medida que a produção aumenta¹⁵.

Como mencionado anteriormente, em sua análise sobre o mercado de trabalho, Keynes nega a condição de equilíbrio proposta pelos clássicos de que o salário real deve ser igual à desutilidade marginal do trabalho, ou seja, o “segundo postulado” da escola clássica, uma vez que nada garante, segundo o autor, que essa condição seja válida. No entanto, o autor aceita o primeiro postulado e a função neoclássica baseada nos rendimentos decrescentes.

Deve-se deixar claro, no entanto, que a função determinada pela igualdade entre a produtividade marginal do trabalho e o salário real, correspondente ao primeiro postulado clássico, exerce um papel diferenciado no modelo keynesiano. No modelo clássico, essa função é interpretada como uma função de demanda por trabalho por parte das firmas. Em contraposição, no modelo keynesiano, essa função tem simplesmente o papel de determinar qual será o salário real a ser pago pelas firmas dado aquele nível de emprego. Como visto anteriormente, a demanda por

¹⁴ O ponto a ressaltar, segundo Ferreira e Fracalanza (2006, pág. 258) é o pressuposto “pré-analítico” que está na base desse modelo: que o mercado de trabalho pode ser tratado como um mercado qualquer. Assim, em sua análise, parte-se da compreensão de que, em primeiro lugar, a explicação do desemprego deva ser encontrada no âmbito do mercado no qual a mercadoria força de trabalho é transacionada e, em segundo lugar, de que este mercado é formado por agentes com racionalidade substantiva que se guiam pelos sinais de preços. Desta forma, compradores e vendedores se defrontam no mercado e decidem conjuntamente quantidade e preço das mercadorias transacionadas. Se há excesso de demanda ou de oferta da mercadoria transacionada, este resulta de uma falha nos mecanismos auto-equilibradores – basicamente, uma falha no mecanismo de preços.

¹⁵ Na verdade, deve-se deixar claro que o argumento defendido pelo pensamento ortodoxo é de que a flexibilidade do salário real (e não nominal) é que levaria a economia ao pleno emprego.

emprego no modelo keynesiano é determinado pelas expectativas dos empresários (ponto de demanda efetiva).

A crítica ao segundo postulado, segundo Keynes (1936), pode ser dividida em dois argumentos: (i) a primeira refere-se ao comportamento efetivo do trabalhador; e, (ii) a segunda quanto ao pressuposto de que o salário real é diretamente determinado pelo caráter das negociações sobre salários (ou seja, que as negociações salariais entre trabalhadores e empresários determinam o salário real).

No que se refere ao primeiro argumento, Keynes busca demonstrar que hipótese de desigualdade entre salário real e a desutilidade marginal do trabalho tende a não ser verdadeira em uma economia de mercado. Isso porque, uma redução dos salários reais, em decorrência de um aumento dos preços, não acompanhada da elevação dos salários nominais, não determina uma diminuição da oferta de mão-de-obra. Em outras palavras, a redução do salário real, dado pela elevação do nível de preços, não induziria o conjunto de trabalhadores a diminuir a quantidade ofertada de trabalho. Nas palavras do autor:

“(...) pode acontecer que, dentro de certos limites, as exigências da mão-de-obra tendam a um mínimo de salário nominal e não a um mínimo de salário real. (...) Ora, a experiência comum ensina-nos, sem a menor sombra de dúvida, que, em vez de mera possibilidade, a situação em que a mão-de-obra estipula (dentro de certos limites) um salário nominal, em vez de um salário real, constitui o caso normal. Se bem que o trabalhador resista, normalmente, a uma redução do seu salário nominal, **não costuma a abandonar o trabalho ao se verificar uma alta de preços dos bens de consumo salariais**” (1936, pág. 27, **grifo nosso**).

Deve-se observar que neste caso os trabalhadores não estão sofrendo de ilusão monetária. O ponto argumentado por Keynes era de que os trabalhadores estavam interessados na proteção de seus salários reais relativos e, portanto, eram resistentes a redução do salário nominal. Em outras palavras, qualquer indivíduo ou grupo de indivíduos que consinta uma redução dos seus salários nominais em relação a outros sofre uma redução relativa do salário real, o que não era desejado pelos trabalhadores. Por outro lado, seria impraticável opor-se a qualquer redução dos salários reais que resultasse de alteração no poder aquisitivo do dinheiro e que afetasse igualmente a todos os trabalhadores, a não ser que isso venha a atingir níveis extremos (Keynes, 1936).

O segundo argumento, considerado fundamental para autor, baseia-se na rejeição da hipótese de que os salários reais emergem da negociação de salários entre trabalhadores e empresários. Segundo o autor, os trabalhadores não dispõem de nenhum meio de fazer coincidir o equivalente do nível geral de salários nominais com a desutilidade marginal do volume de emprego existente. Para o autor, as negociações se realizam efetivamente, em termos monetários, e os salários reais considerados aceitáveis pelos trabalhadores não são, de certo modo, independentes do

nível de salário nominal correspondente (Keynes, 1936). Nesse sentido, o que o autor está propondo é que, no máximo, os trabalhadores têm alguma influência sobre o salário nominal.

No entanto, deve-se considerar que os preços não são estabelecidos na barganha salarial (a demanda e os preços só serão conhecidos muito depois do contrato de trabalho ter sido firmado) o que impede, portanto, de os trabalhadores decidirem os níveis de salário real e emprego, uma vez que, a um dado nível de salário nominal, corresponderiam diversos níveis de salário real. Em outras palavras, a um determinado nível de salário nominal, haveria múltiplas funções de oferta (de trabalho), de tal forma que a determinação do equilíbrio neste mercado ficaria indeterminado. Dessa forma, postular que existe uma tendência à igualação entre o salário real e a desutilidade marginal do trabalho equivale a assumir, erroneamente, que os trabalhadores estão em condições de decidir o salário real pelo qual trabalham.

A partir das críticas feitas ao mercado de trabalho clássico, Keynes apresenta seu modelo em que a lógica é totalmente diferente: a construção da demanda efetiva ressalta o fato de que o nível efetivo de emprego é determinado a partir das expectativas de curto e de longo prazo elaboradas pelos empresários: (a) na medida em que os empresários elaboram as expectativas e que as decisões econômicas são implementadas na base dessas expectativas, os assalariados não tem nenhuma influência sobre o mercado de trabalho (Herscovici, 2006); (b) as políticas econômicas visando aumentar o emprego são aquelas capazes de induzir uma modificação nas expectativas e não sobre a redução dos salários reais. No caso em que não há mudanças de expectativas e, considerando que a economia encontra-se num ponto de equilíbrio determinado pela demanda efetiva abaixo da condição de pleno emprego, a economia tenderá a permanecer nesta situação, ou seja, com desemprego involuntário.

Neste ponto, cabe uma definição sobre o conceito de desemprego involuntário. Na teoria Geral, Keynes define este conceito em diferentes passagens, tais como as que se seguem:

Existem desempregados involuntários quando, no caso de uma ligeira elevação dos preços dos bens de consumo assalariados relativamente aos salários nominais, tanto a oferta agregada de mão-de-obra disposta a trabalhar pelo salário nominal corrente quanto a procura agregada da mesma ao dito salário são maiores que o volume de emprego existente (Keynes, 1936, pág. 32)

ou,

Outro critério, aliás equivalente, a que chegamos agora é o da situação em que o emprego agregado é inelástico diante de um aumento na demanda efetiva relativamente ao nível de produto correspondente àquele nível de emprego (Keynes, 1936, pág. 39)

Como demonstraram Darity e Young (1997), a primeira definição pode gerar certa confusão quando aplicada sob restrições não explicitadas na Teoria Geral. A segunda definição, por sua vez, identifica o ponto de pleno emprego como sendo a situação correspondente ao máximo nível de

emprego que pode ser alcançado com o crescimento da demanda agregada. Assim, a condição de *market clearing* no mercado de trabalho não é condição necessária e nem suficiente para que a economia possa alcançar o pleno emprego. A variável relevante, neste caso, é a demanda agregada.

Nesse sentido, a definição de desemprego involuntário, implícito ao longo da Teoria Geral e sugerido por Darity e Young (1997, pág. 26), é dada por aquela que define a presença do mesmo quando a elasticidade do emprego (e do produto) for maior que zero com respeito ao crescimento da demanda agregada.

Cabe ressaltar, que Keynes não se opôs a idéia de que uma queda no salário real esta correlacionada com o aumento do nível de emprego. A questão colocada pelo autor era de que a lógica estabelecida pelo pensamento ortodoxo com relação a este ponto é que estava incorreta. Em outras palavras, a análise agora proposta defende que, em termos “gerais”, uma expansão do investimento - ao provocar o crescimento do nível de preços acima do nível de preços esperado – acaba determinando uma redução do salário real e, portanto, um aumento no nível de emprego e da renda. Observe, também, que esta formulação, além de inverter a causalidade da determinação lógica entre as variáveis, desloca para as flutuações da demanda efetiva e, portanto, para a variação dos seus determinantes (propensão a consumir, eficiência marginal do capital e taxa de juros) a origem casual das flutuações do nível de emprego.

Alguns autores discordam deste argumento à medida que identificam como fundamental a operação do chamado efeito *Keynes*. Ou seja, dado uma deflação de preços, haverá uma queda na renda nominal e, conseqüentemente, na demanda de moeda para fins transacionais. Esta queda na demanda por moeda faz diminuir a taxa de juros ampliando os investimentos que, por sua vez, amplia o nível de emprego. Entretanto, conforme Keynes argumentou no capítulo 19 da Teoria Geral, não há nada que garante que uma deflação de preços possa ampliar a demanda agregada, uma vez que existem uma série de outros efeitos que atuam em sentido contrário.

Em síntese, a partir do conceito de demanda efetiva, a análise keynesiana demonstrou a determinação endógena do salário real e do nível de emprego, contrastado-se com a determinação dessas variáveis nos termos da ortodoxia. Para esses, o salário real e o emprego eram determinados exogenamente, na órbita da barganha salarial, e não da atividade econômica propriamente dita.

Nesse sentido, no contexto da teoria keynesiana, o nível de emprego não pode mais ser determinado como uma função dos salários reais que emerge da negociação entre trabalhadores e empresários¹⁶ em um contexto em que os salários nominais são flexíveis à baixa – que, segundo a

¹⁶ Davidson (1998, pág. 825, 826) ilustra este ponto na seguinte passagem: “Numa economia monetária, trabalhadores desempregados não têm mecanismos disponíveis para induzir empreendedores a modificarem suas decisões de produção, de fixação de preço, de demissão e de contratação de trabalhadores adicionais, enquanto as expectativas de maximização de lucro dos empreendedores estiverem sendo satisfeitas. (...) Trabalhadores desempregados desapontados, podem, portanto, reduzir salários monetários até que estejam à míngua [blue in the face] sem alterar um iota a “correta” decisão de contratação do empreendedor que maximiza lucro, a menos que os salários monetários induzam um aumento (deslocamento para cima) da função D denominada em unidades de salário”.

ortodoxia, constitui-se em condição suficiente para que a economia elimine automaticamente o desemprego – dado que eles passaram a ser função da demanda efetiva. Desse modo, a partir desta interpretação o exame de uma redução salarial deve, em última instância, reportar-se aos efeitos esperados da redução destes sobre a demanda agregada.

Com base neste raciocínio, Keynes (1982, p. 208-9) afirma que:

“(...) não há, portanto, motivo para crer que uma política flexível de salários possa manter um estado permanente de pleno emprego”; ao contrário, “o efeito principal de semelhante política seria causar grande instabilidade de preços, talvez violenta o bastante para tornar fúteis os cálculos empresariais em uma economia funcionando como aquela em que vivemos”.

Conclui-se, portanto, uma vez que os salários não são os determinantes do emprego, que a rigidez dos salários não pode ser o responsável por o desemprego involuntário, assim como a flexibilidade dos mesmos não garante a automaticidade da economia a posição de pleno emprego. Isto significa, em outras palavras, que a posição “normal” de uma economia capitalista corresponde ao ponto em que prevalece o desemprego involuntário¹⁷.

Tento em vista, portanto, que o equilíbrio com desemprego involuntário dentro da teoria keynesiana é consequência da insuficiência de demanda efetiva, e que esta, por sua vez, depende das expectativas dos empresários, busca-se na sessão que se segue enfatizar o papel desempenhado pelas expectativas ao longo de todo o processo econômico.

2.3 O Processo de Formação de Expectativas e Determinação do Equilíbrio

Como argumentado anteriormente, o desemprego involuntário não é um fenômeno de desequilíbrio que surge em consequência (ou como resultado) de expectativas empresariais inadequadas, mas sim, pelo fato de que as expectativas (previsões) que os empresários fazem com relação ao ponto de produção (demanda efetiva) que lhes é lucrativo não necessariamente corresponde ao ponto de pleno emprego.

No entanto, o processo de revisão das expectativas de curto prazo e sua influência sobre o ponto de equilíbrio (ponto de demanda efetiva) tem causado constantemente confusão na literatura econômica. Isso se deve, em grande parte, aos diferentes métodos aplicados por Keynes ao longo da TG. Para entender este ponto, primeiramente, é necessário salientar que para Keynes as expectativas (sobretudo as de longo prazo) referem-se a previsões feitas em relação a rentabilidade de determinado nível de produção em um ponto futuro de tempo que é, eminentemente, incerto. Ou seja, as expectativas são decisões econômicas – relativas aos rendimentos esperados das novas inversões em plantas e equipamentos duráveis, necessários para aumentar a capacidade produtiva e

¹⁷ Em outras palavras, o pleno-emprego é apenas uma das n posições possíveis de equilíbrio do sistema econômico

a empregabilidade potencial da economia - tomadas em situação de incerteza, uma vez que o futuro é simplesmente desconhecido. Essas expectativas são, portanto, sujeitas a revisão repentina, tornando a economia capitalista instável (neste caso, associado principalmente à instabilidade do investimento).

Deve-se ressaltar ainda que emprego total da economia depende também, em grande parte, das expectativas de longo prazo dos empresários. Neste contexto, a questão que se coloca é no sentido de qual será o comportamento destas expectativas quando as expectativas de curto prazo não se realizarem. Mais especificamente, o ponto é saber se a não realização das expectativas de curto prazo faz com que ocorram mudanças no ponto de “equilíbrio” de longo prazo desta economia. Essa questão, que como salientado anteriormente traz um ponto de dificuldade adicional ao entendimento da TG, surge pelo fato de Keynes utilizar em sua análise diferentes formas de interação entre as expectativas de curto e de longo prazo, o que, conseqüentemente, requer também distintas definições sobre o conceito de equilíbrio. Entretanto, cabe destacar que é consensual a noção de equilíbrio utilizada pelo autor difere da idéia clássica, sendo utilizada sempre no sentido de ser um equilíbrio suscetível de se realizar, pois este relaciona-se com as expectativas que os empresários formam ao decidirem produzir e empregar determinada força de trabalho, em relação ao comportamento esperado da demanda. Além disso, o equilíbrio no sentido Keynesiano é definido como um conceito *ex ante* que está relacionado à possibilidade ou não de que o mesmo venha a ocorrer.

Tendo em vista estas dificuldades e no sentido de buscar esclarecer este ponto - tendo em mente, no entanto, que a questão fundamental levantada por Keynes é que não há motivos pelos quais a posição de equilíbrio seja caracterizada pelo pleno-emprego da força de trabalho - busca-se a seguir apresentar a formalização proposta por Dutt (1991) entre as diversas interações possíveis das expectativas de curto e de longo prazo, por um lado, para enfatizar que o desemprego não é conseqüência da não realização das expectativas e, por outro, para mostrar que o conceito de equilíbrio ao qual Keynes se referia (e que é relevante para o entendimento de sua teoria) é diferentemente do conceito de equilíbrio preconizado pelo pensamento clássico.

2.3.1 Interação entre Expectativas de Curto e de Longo Prazo: a Formalização de Dutt (1991)

Primeiramente, considere uma economia formada por famílias e empresas. Admita que as empresas trabalhem com uma dada tecnologia e com um dado estoque de capital, tendo a seguinte função de produção:

$$Y = F(N) \tag{2.5}$$

A condição de maximização de lucros da empresa requer que, considerando mercados competitivos¹⁸;

$$\frac{W}{e} = F'(N) \quad (2.6)$$

onde e = preço de venda esperado pelas empresas.

A função investimento, por sua vez, está relacionado às expectativas de longo prazo das empresas, ou seja;

$$I = I(E) \quad (2.7)$$

No que se referem às famílias, estas se encontram divididas em duas classes: trabalhadores e capitalistas. Os trabalhadores recebem um salário monetário e gastam parte de sua renda (αWN) enquanto que os capitalistas gastam uma determinada proporção fixa, C_0 .

Ao estabelecer a condição de equilíbrio, deve fazer a distinção entre duas noções do mesmo:

i) primeiro, no período de mercado, as firmas tomam e e E como dadas e, em equilíbrio, o preço (P) se ajusta no mercado de bens (modelo *flex-price*). Logo,

$$Y = \alpha \left(\frac{W}{P} \right) N + C_0 + I \quad (2.8)$$

que, após algumas manipulações algébricas pode ser reescrita como;

$$P = \frac{\alpha WN(e)}{[F(N(e)) - C_0 - I(E)]} \quad (2.9)$$

onde, $N(e)$ é a solução da equação (2.6) dado W .

ii) No equilíbrio de curto prazo não somente a equação (2.9) é satisfeita, mas também as expectativas de curto prazo são plenamente realizadas, ou seja:

$$e = P \quad (2.10)$$

Dado isso, o autor identifica a possibilidade de três modelos distintos, considerando as distintas interações possíveis entre as expectativas de curto e de longo prazo, a saber:

a) Modelo Estático: neste caso as expectativas de longo prazo (E) são tomadas como constante enquanto que as expectativas de curto prazo (e) são sempre realizadas, sendo, entretanto,

¹⁸ A condição refere-se ao primeiro postulado clássico. No entanto, neste ponto cabe uma discussão sobre a velocidade de ajustamento de preços e quantidades no modelo de Keynes. A visão convencional é de que no modelo de Keynes um choque de demanda agregada faz com que as quantidades se ajustem primeiro, os preços depois. Essa interpretação soa estranha para quem lê a TG, uma vez que a hipótese implicitamente assumida é que o ajustamento de preços é menor do que o infinito, ou seja, ao contrário do que presumia a ortodoxia, o ajustamento não é instantâneo (automático). Isso, no entanto, não significa dizer que Keynes trabalhou com um modelo *fix-price*. Nas palavras de Lopes (1992, pág. 31) “Admitir-se que a análise dinâmica da TG assume condição *fix-price* é negar o fato óbvio de que o ajustamento dá-se através de preços e quantidades, um postuldo essencial em Keynes”. Segundo o autor, a constatação feita por Keynes de que, no mundo real, os salários nominais são relativamente rígidos para baixo pode ter servido de pretexto para associar o modelo Keynesiano ao modelo *fix-price*.

ambas independentes uma da outra. Esse modelo é a forma mais fácil de separar os efeitos do conjunto de expectativas na determinação do nível de emprego do desajustamento das mesmas sobre esse nível de emprego. Como as expectativas de longo prazo são constantes, os determinantes da demanda agregada são estáveis. O ponto de demanda efetiva é sempre realizado no curto prazo e corresponde ao ponto que iguala demanda e oferta agregada instantaneamente.

Formalmente, a noção de equilíbrio neste modelo requer como condição a satisfação das equações (2.9) e (2.10). Diferenciando (2.9) com respeito a (e), obtêm-se;

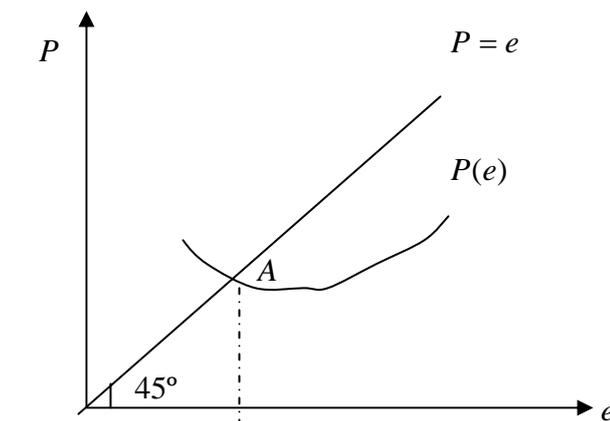
$$\frac{dP}{de} = \frac{\alpha WN'(e)[F(N) - C_0 - I(E) - N.F'(N)]}{[F(N) - C_0 - I(E)]^2} \quad (2.11)$$

que, após alguns algebrismos pode ser reescrita como¹⁹:

$$\frac{dP}{de} = \frac{-\alpha(1-\alpha)WN'(e)NF'(N)}{[F(N) - C_0 - I(E)]^2} \quad (2.12)$$

Ilustradamente pode-se representar este resultado como na figura abaixo.

Figura 2.6: Equilíbrio no Modelo Estático.



Fonte: Dutt (1991)

Observe que acima da linha de 45° (onde $P = e$), $P > e$ de tal forma que $W/P < W/e = F'(N)$ e, portanto, $dp/de < 0$. Quando $P > e$ a curva tem sinal ambíguo. No entanto, sabe-se que à medida que e cresce, N também cresce. Neste caso, F' diminui. Logo, a curva dp/de tende a tornar-se positiva.

Como mencionado anteriormente, este modelo sugere que as expectativas de curto prazo sempre se realizam o que, em outras palavras, significa dizer que a economia está sempre em equilíbrio de curto prazo dado, em termos da figura, no ponto A (onde $e = P$).

¹⁹ No equilíbrio de mercado a equação (2.9) é satisfeita, logo é possível escrever a equação como: $dp/de = \alpha WN'(e)N\{\alpha[(W/P) - F'(N)] - (1-\alpha)F'(N)\}/[F(N) - C_0 - I(E)]^2$. Agora, sabe-se que quando $e = P$, da equação (2.6) $W/P = F'(N)$. Substituindo essa condição na equação anterior chega-se na forma resumida da equação (2.11).

b) Modelo Estacionário: neste caso as expectativas de longo prazo são constantes e independentes das expectativas de curto prazo que, por sua vez, podem ser desapontadas. Este modelo é o mais comum na obra de Keynes, em especial, na TG (utilizado nos dezoito primeiros capítulos), que assume que as expectativas de curto prazo podem ser desapontadas sem proporcionar nenhuma alteração na expectativa de longo prazo. Assim, neste modelo, a demanda agregada continua sendo uma função estruturalmente estável, mas o equilíbrio não é gerado de forma instantânea como no modelo de equilíbrio estático, uma vez que as vendas esperadas dos produtos produzidos podem não ocorrer no ponto de demanda efetiva prevista pelos empresários.

Para um dado nível de e , se P for diferente deste, deve-se esperar que as empresas revisem suas expectativas (e). Neste caso, pode-se assumir um processo de revisão de expectativas que segue um processo adaptativo, tal como;

$$\frac{de}{dt} = \beta[P - e] \text{ onde } \beta > 0.$$

Neste caso, o processo de ajustamento ocorrerá de maneira estável e alcançará seu equilíbrio de curto prazo, o ponto A em termos da figura 2.6. Observe que neste caso o equilíbrio do modelo estático e do modelo estacionário é o mesmo, embora o processo de ajustamento, ou seja, a forma de alcance deste equilíbrio seja diferente. O importante é observar que a trajetória do ajustamento não afeta o equilíbrio final.

C) Modelo com equilíbrio móvel: neste caso admite-se que as expectativas de curto prazo podem não se realizar e que essas tendem a afetar as expectativas de longo prazo. Dessa forma, os agentes mudam constantemente as curvas de demanda e oferta fazendo com que o sistema persiga sempre o ponto de equilíbrio, não existindo garantia de que ele será alcançado.

Uma forma simples de formalizar este ponto é dado por:

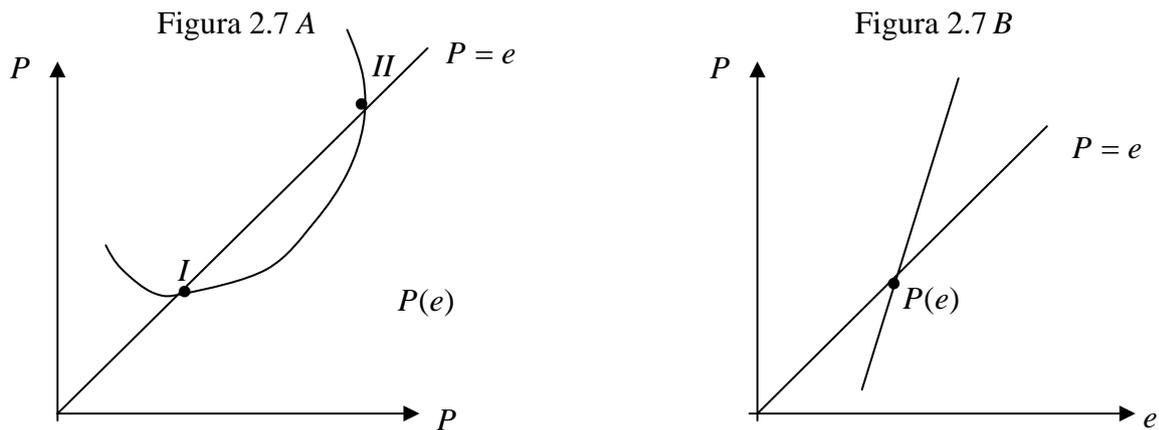
$$E = E(e) \quad \text{onde } E' > 0 \tag{2.13}$$

As condições de equilíbrio continuam sendo aquelas enunciadas anteriormente. Nesse sentido, substituindo a equação (2.13) na equação (2.9) e diferenciando com respeito a e obtém-se:

$$\frac{dP}{de} = \frac{\alpha WN \{N' \{ \alpha [(W/p) - F'] - (1 - \alpha) F' + IE' \} \}}{[F(N) - C_0 - I]^2} \tag{2.14}$$

Observe que na equação (2.14), quando $P = e$, tem-se que $W/P = F'(N)$. Sabendo que $E' > 0$, $I' > 0$ têm-se que $dp/de > 0$ quando a linha $P(e)$ interceptar a linha de 45° . No entanto, observe que dp/de pode interceptar a linha de 45° de duas diferentes formas, como mostrado na figura abaixo:

Figura 2.7: Equilíbrio no Modelo Com Equilíbrio Móvel.



Isso significa dizer, em outras palavras, que o equilíbrio assumido pela economia neste caso pode ser estável e/ou instável. Além disso, existe a possibilidade de ocorrência de equilíbrios múltiplos (pontos I e II da figura 2.7 A). Nesse sentido, segundo Dutt (1991), três observações devem ser feitas com relação a este modelo: i) o equilíbrio de curto prazo pode ser instável; ii) em caso de equilíbrios múltiplos estáveis, a posição de equilíbrio de curto prazo vai depender do ponto de partida dessa economia; e, iii) se o equilíbrio estável for único, então a posição de equilíbrio vai ser independente da dinâmica seguida por essa economia até o equilíbrio.

Observe, portanto, que as duas primeiras observações claramente deixam indeterminada a noção de equilíbrio. Se por um lado o equilíbrio for instável, a noção de equilíbrio com desemprego involuntário perde sua relevância - porque neste caso as variáveis assumem valores *no sence* em espaço finito de tempo²⁰ - e se, por outro lado, existirem vários equilíbrios estáveis, o equilíbrio final assumido pela economia não vai ser conhecido sem saber a posição que a economia assume antes de alcançar este referido equilíbrio²¹.

Cabe ressaltar, conforme destaca Dutt (1991), que o alcance do ponto de equilíbrio independentemente da trajetória assumida pela economia depende da hipótese formulada anteriormente, ou seja, de que as expectativas passadas não afetam as expectativas de longo prazo (observe que a hipótese antes definida era de que as expectativas de longo prazo correntes dependiam das expectativas de curto prazo correntes). Se assumirmos, por hipótese, que as firmas têm algum tipo de “memória”, pode-se definir E como dependente dos diversos *lag's* de e . Isso pode ser formalizado como segue;

$$E_t = \sum_0^T k_{t-i} e_{t-i} \quad (2.15)$$

onde, K_j são os pesos e T é o comprimento da “memória” da firma.

²⁰ Ou seja, a argumentação de que no longo prazo a economia opera com subutilização da capacidade produtiva não fica demonstrada no modelo.

²¹ Neste caso, deve-se considerar que a análise com base no método de equilíbrio continua ativa. Observa-se, também, que é possível analisar as propriedades desse equilíbrio sem conhecer a trajetória da economia que a conduziu até este ponto. O importante, no entanto, é que este se torna o caso relevante, pois introduz na análise a noção de *path dependence*.

Nesse sentido, a partir da equação (2.11), a situação $e = P$ pode estar ocorrendo de forma que, portanto, e tende a não mudar. No entanto, desde que os e 's sejam diferentes, ao longo do tempo E deve mudar, violando a condição de que E torna-se constante quando $e = P$. Essa suposição claramente mostra que o equilíbrio torna-se *path-dependent*, uma vez que E depende de e 's passados, embora isso não signifique que E seja o mesmo do ponto de partida inicial.

Segundo Dutt (1991), essa interdependência entre as expectativas faz com que o método de equilíbrio perda o sentido neste caso, uma vez que, segundo o autor: “*we cannot know where the economy will end up in short-period equilibrium unless we study the path of the economy outside equilibrium. History matters, and determines the position of the economy in equilibrium*” (1991, p. 216). Logo, se as expectativas de longo prazo (equação 2.15) mudam ao longo do tempo (de forma imprevista), ou se a velocidade de ajustamento dos coeficientes muda ao longo do tempo (de forma imprevista) na revisão da função que descreve as expectativas de curto prazo (equação 2.12), a posição final de equilíbrio não pode ser conhecida sem o conhecimento completo da dinâmica seguida por essa economia, o que, dado o pressuposto da imprevisibilidade (incerteza), é logicamente impossível (Dutt, 1991).

Segundo Kregel (1976), Keynes utilizou em sua TG tanto o modelo estacionário como o modelo com equilíbrio móvel, muito embora ele tenha centrado a atenção de sua análise no primeiro deles, assumindo, portanto, que as expectativas de longo prazo são dadas²². Isso justifica-se pelo fato de o autor buscar demonstrar que sua teoria da demanda efetiva é substancialmente a mesma se assumirmos que as expectativas de curto prazo são sempre realizadas²³.

A partir desta interpretação e da maneira como Keynes utiliza os diferentes conceitos de equilíbrio, deve-se ressaltar que a natureza e o uso deste conceito, na TG, é fundamentalmente diferente do conceito neoclássico: os dois universos são, igualmente, profundamente diferentes, pelo fato do universo definido na TG caracterizar-se pela existência de incerteza e pelo fato das expectativas não serem sistematicamente realizadas, mesmo no longo prazo. O equilíbrio keynesiano é, portanto, determinado pela demanda efetiva e não pelo resultado de um processo de *tâtonnement* walrasiano.

²² Uma possível justificativa por Keynes ter utilizado essa metodologia, deriva do entendimento que este autor tinha do processo econômico como um processo que ocorre ao longo do tempo (tempo calendário). Isso significa, em outras palavras, que a estabilidade das expectativas em relação ao investimento só pode ser aplicada no caso dos investimentos planejados no passado, ou seja, à medida que ele representa um custo irreversível, mesmo se ele depende de expectativas incertas, não é possível rever esta decisão. Esta conclusão é enfatizada por Dow (1985) ao afirmar que, as expectativas de longo prazo (...), uma vez elaboradas, serão estáveis à medida que mesmo se elas não se realizam, o investimento já foi implementado.

²³ Observe que na TG (18 primeiros capítulos) Keynes utiliza como hipóteses a idéia de que as expectativas de curto prazo são sempre realizadas e que as de longo prazo são constatadas para, logo em seguida (cap. 19), mudar radicalmente. Entretanto, no capítulo 5 Keynes parece “domesticar” as expectativas de curto prazo desconectando-as das de longo prazo. Nesse sentido, a possibilidade de que a frustração das expectativas de curto prazo venha a contaminar as de longo prazo não é retomada, com maior ênfase, por ele em nenhum outro momento.

Uma observação que deve ser feita com relação a esta última formalização proposta por Dutt (1991), é a seguinte: faz sentido que as expectativas de longo período sejam influenciadas por erros de previsões de curto período? Ou seja, a formalização da idéia de *path dependence* proposta não esta sendo feita de forma arbitrária? Na Teoria Geral, Keynes não assume explicitamente que a não realização das expectativas de curto período possam influenciar as expectativas de longo prazo. Sabe-se que as expectativas de longo período correspondem às expectativas com relação à rentabilidade esperada de determinado nível de produção - leia-se, de um determinado estoque de capital - em um ponto futuro de tempo. Nesse sentido, uma vez tomado a decisão de investir (a fim de garantir este nível de produção), é questionável a hipótese de que a não realização das expectativas de curto prazo possa influenciar as de longo período, uma vez que existem custos intrínsecos não desprezíveis na reversão deste processo. Além disso, definir as expectativas de longo prazo como um somatório das expectativas de curto prazo (equação 2.15) não parece ser uma abordagem correta, uma vez que elas são expectativas relacionadas a decisões distintas por parte dos empresários.

2.4 Considerações Finais

Ao longo deste capítulo buscou-se mostrar que dentro da teoria keynesiana o equilíbrio com desemprego não depende da hipótese a cerca do comportamento dos salários reais, mais especificamente, da hipótese de rigidez de salário real e da rigidez de preços. Para tanto, mostrou-se que o nível de emprego na economia depende da demanda efetiva e, que este, por sua vez, não necessariamente será o ponto em que os recursos disponíveis encontram-se plenamente empregados. Como o ponto de demanda efetiva é um conceito *ex ante*, ou seja, nada mais do que expectativa que os empresários fazem com relação ao ponto de produção que esperam obter o lucro máximo, nada garante que este ponto seja o de pleno emprego. Aliás, como observou Keynes, a situação normal da economia parece ser exatamente o contrário, qual seja, a presença constante de desemprego involuntário.

A crítica realiza por Keynes aos postulados clássicos que determinavam a teoria do emprego nesta concepção (clássica) mostra a incoerência dos argumentos apresentados, seja do ponto de vista teórico, seja do ponto de vista de sua adequação a evidência empírica. Dessa forma, foi possível mostrar que o nível de emprego não pode ser mais determinado como uma função dos salários reais que emerge da negociação entre trabalhadores e empresários. Surge, portanto, a necessidade de uma nova interpretação, dada por Keynes a partir do princípio da demanda efetiva.

Observou-se também, que o desemprego involuntário não é um fenômeno de desequilíbrio que surge em consequência de expectativas empresariais inadequadas, uma vez que Keynes

demonstra que sua teoria da demanda efetiva é substancialmente a mesma, indiferentemente de se as expectativas são realizadas ou não. Esse resultado diferencia-se do que mais tarde foi apresentado por Friedman (1985) e Lucas (1972).

Segundo Friedman, a economia opera no longo prazo sob a taxa natural de desemprego²⁴. Neste caso, supondo que a economia esta inicialmente em equilíbrio, o autor mostra os possíveis efeitos sobre o produto e emprego, por exemplo, da implantação uma política de expansão da demanda agregada. O excesso de demanda no mercado de bens e serviços vai resultar em pressão no sentido de elevar preços e salários, com os preços dos bens elevando-se mais rapidamente que os salários.

Os trabalhadores, tendo como experiência recente o período de estabilidade de preços, vão interpretar o crescimento dos salários monetários como um crescimento no salário real e ofertarão mais trabalho; isto é, eles vão sofrer de uma ilusão monetária temporária. O salário real vai, entretanto, diminuir e as firmas vão demandar mais trabalho, de modo que o desemprego será menor no período. Entretanto, com o passar do tempo os trabalhadores vão observar que, embora seus salários monetários tenham aumentado, seus salários reais diminuíram, de forma que eles passarão a pressionar para que haja uma elevação nos salários monetários. O crescimento destes faz com que as firmas, por sua vez, dispensem trabalhadores a medida que isso se a elevação do salário nominal se traduz em elevação do salário real. Neste caso, a economia tende a voltar para a sua posição de equilíbrio de longo prazo, ou seja, para a taxa natural de desemprego.

Segundo Lucas (1972), o desemprego também é um fenômeno de desequilíbrio. O modelo desenvolvido pelo autor mostra que, dado um aumento inesperado do nível de preços, as empresas responderão aumentando o nível de produção e emprego. Segundo o autor, os agentes sofrem do “problema da extração do sinal”. A argumentação é a de que, como as empresas têm informações limitadas – geralmente associadas ao mercado do qual participa –, elas irão interpretar o crescimento do nível de preços (global) como um crescimento do preço relativo dos seus produtos, reagindo a esse aumento expandindo a oferta. Os trabalhadores, por sua vez, ao identificarem erroneamente um aumento nos salários reais, vão responder oferecendo mais trabalho. O resultado será um crescimento do produto e do emprego agregado temporário acima da sua taxa natural. Quando os agentes reverem suas expectativas e perceberem que não houve mudança nos preços relativos, produto e emprego retornam ao seu nível de equilíbrio de longo prazo.

²⁴ A taxa natural de desemprego é aquela taxa adequada ao sistema de equilíbrio geral walrasiano que incorporaria as características estruturais e institucionais do mercado de trabalho e do mercado de bens, tais como, imperfeições, variações sazonais na demanda e oferta, o custo e o tempo de coletar informações sobre vagas disponíveis e o custo e o tempo de mobilidade de um emprego para outro, entre outras (Friedman, 1968). A taxa natural seria aquela taxa que engloba o desemprego friccional e o desemprego voluntário. De acordo com o arcabouço teórico monetarista-walrasiano, a taxa corrente de desemprego corresponderia à taxa natural de desemprego quando o conjunto de trabalhadores (empregados ou não) estivessem maximizando satisfação.

Em síntese, Friedman e Lucas caracterizam o desemprego como um fenômeno de desequilíbrio que surge como consequência da discrepância entre as expectativas esperadas e as expectativas realizadas, contrapondo-se aos resultados keynesianos²⁵.

Buscou-se demonstrar, também, com base na interpretação de alguns autores, a destacar Kregel (1976) e Dutt (1991), que é possível identificar na obra de Keynes, levando-se em consideração as distintas interações possíveis entre as expectativas de curto e longo prazo, três modelos em que o equilíbrio econômico (marcado pelo desemprego involuntário) assume diferentes características. Dentre esses, destacam-se o equilíbrio estacionário e o equilíbrio móvel, ambos utilizados na TG. A conclusão da análise destes modelos parece caminhar no sentido de que, estritamente falando, não é possível identificar dentro da teoria keynesiana (expressa na TG) a idéia de que a economia converge a um determinado ponto de equilíbrio (utilizado no conceito da literatura convencional) sem que se admita alguma hipótese com relação às expectativas de longo prazo. Nesse sentido, a conclusão a que se chega é que Keynes, ao ter admitido que estas são constantes a longo prazo, o fez apenas como um exercício teórico que usa “procedimentos equilibristas”.

²⁵ Na verdade o que os autores buscam mostrar é que somente choques nominais inesperados poderiam levar a flutuações no mercado de trabalho, uma vez que choques previstos levariam a antecipações. Estes choques previstos gerariam somente alterações de preços, supondo a existência de expectativas racionais. Portanto, não seria necessária a existência de rigidez nominal para explicar as flutuações de emprego.

3 | A SÍNTESE NEOCLÁSSICA, O EFEITO PIGOU E A TEORIA GERAL COMO UM CASO ESPECIAL.

Após a publicação da Teoria Geral muitos debates se estabeleceram em torno das preposições - tanto da forma de condução da política econômica como do comportamento dinâmico deste sistema – levantadas pela mesma, numa tentativa de, por um lado, esclarecer alguns argumentos apresentados por Keynes e, por outro, os contra-argumentos de seus críticos. Nesse sentido, do ponto de vista da teoria Keynesiana, buscava-se expressar as principais relações indicadas na TG a partir de modelos formais na tentativa de elucidar as inter-relações entre a teoria da demanda efetiva e a teoria pela preferência pela liquidez.

Este debate e os posteriores desenvolvimentos da teoria econômica ficaram conhecidos pela literatura como síntese neoclássica, em que se reconhece que em termos de estrutura analítica a economia clássica é superior a economia Keynesiana; ou seja, que a TG pode ser vista como um caso especial de uma teoria (clássica) mais geral, em que, caso os preços e salários sejam flexíveis, a economia tende a convergir à posição de pleno emprego. Entretanto, destaca-se o reconhecimento para esta última de que as políticas Keynesianas intervencionistas são capazes de fazer com que a economia volte à posição de pleno emprego mais rapidamente.

A de se considerar que as interpretações que se seguiram após a publicação da Teoria Geral estão relacionadas a dois pontos distintos: (i) primeiramente, no que se refere a discussão sobre a existência (ou não) do ponto de equilíbrio com desemprego; neste caso, busca-se demonstrar que somente é possível reproduzir a conclusão de Keynes (a da existência desse equilíbrio) em um contexto em que *não* prevalece a flexibilidade de preços e salários; ou seja, Keynes não teria demonstrado - a exceção do caso da armadilha pela liquidez - a existência de equilíbrio com desemprego; e, (ii) em segundo lugar, a discussão sobre a possibilidade de convergência ao ponto de pleno emprego, ou seja, sobre a capacidade de a economia de convergir a este ponto caso a mesma tenha deste em virtude de um choque de demanda ou de oferta.

Nesse sentido, é necessário destacar que a interpretação correta da TG é a segunda, ou seja, aquela que reconhece na argumentação de Keynes a idéia de que a curva de demanda agregada pode ser positivamente inclinada no plano preço-quantidade. Neste caso, embora o formato da curva de

demanda não seja suficiente para demonstrar a existência de equilíbrio com desemprego num contexto de salários flexíveis, deve-se observar que o ponto de equilíbrio definido a partir dessa curva é um ponto de equilíbrio instável. Isso significa que a flexibilidade de preços e salários não garante a convergência das economias de mercado à esta posição de equilíbrio com pleno-emprego, tal como argumentou Keynes no capítulo 19 da TG.

Tendo em vista a evolução deste debate o presente capítulo tem por objetivo apresentar, de forma sucinta, os principais argumentos dos autores que compõem a chamada síntese neoclássica. A apresentação destes argumentos busca recapitular as distintas interpretações feitas por estes autores da TG, sobretudo no que se refere à determinação do par produto e emprego e na posição de longo prazo assumida pela economia levando-se em consideração a utilização da capacidade produtiva dos recursos disponíveis.

Para cumprir com os objetivos, o presente capítulo encontra-se dividido em quatro seções, além desta introdução e das considerações finais. A primeira seção apresenta uma discussão em torno da macroeconomia da síntese neoclássica; a segunda seção uma discussão sobre a necessidade da hipótese de salários rígidos para validar os resultados alcançados por Keynes; a terceira seção discute os dois casos extremos da economia keynesiana em que os resultados são alcançados sem a hipótese de rigidez salarial, bem como a sua posterior negação pela introdução na análise do efeito riqueza real (efeito pigou); e, quarta seção apresenta uma discussão sobre a flexibilidade salarial e a possibilidade de convergência da economia a posição de equilíbrio com pleno emprego.

3.1 A Macroeconomia da Síntese Neoclássica

Em desenvolvimento posterior a crítica de Keynes à “teoria clássica” do emprego, Hicks publicou em 1937 um artigo em que propõe “re-construir a teoria clássica do emprego”, a fim de compará-la com a que tinha sido proposta por Keynes na TG. Mais que isso, o autor propõem uma síntese entre a teoria clássica e a de teoria Keynes, afirmando que esta última nada mais é do que um caso particular da primeira em que a demanda por moeda depende da taxa de juros, mais especificamente, do motivo especulação.

A estrutura do modelo proposta por Hicks divide a economia em quatro grandes mercados: o mercado de bens e serviços, o mercado de títulos e ativos financeiros, o mercado de trabalho e o mercado monetário. A cada mercado corresponde uma função oferta agregada e uma função demanda agregada, e o equilíbrio ocorre no ponto de intersecção destas duas funções. No entanto, conforme destaca o autor, por ser suficiente para o equilíbrio geral que o equilíbrio global seja realizado em três mercados (lei de Walras), o mercado de trabalho é analisado de modo independente.

No modelo destaca-se, sobretudo, o formato da curva representativa do mercado monetário (denomina pelo autor de LL). Segundo Hicks, dada a oferta de moeda, é possível determinar a relação entre juro e rendimento de modo a poder dizer que, alguma parte desta curva tenderá a ser horizontal à direita e vertical à esquerda. Existe, portanto, um mínimo no qual a taxa de juros não pode descer – armadilha pela liquidez – o que torna a teoria de Keynes um caso particular do caso clássico. Quando a intersecção entre a curva IS (a curva de equilíbrio entre poupança e investimento) e a curva LM (de equilíbrio entre a oferta e procura de moeda) ocorrer sobre um ponto em que está última é horizontal, um aumento na quantidade de moeda permite aumentar o rendimento e o emprego, sem que aumente a taxa de juro e os preços²⁶.

Após a publicação do artigo de Hicks, em correspondência enviada ao mesmo, Keynes afirma que:

“At long I have caught up with my reading and have been through the enclosed. I found it **very interesting and really have next to nothing to say by way of criticism. From one point of view you are perhaps scarcely fair to the classical view.** For what you are giving is a representative belief of a period when economists had slipped away from de pure classical doctrine without knowing it and were in a much more confused state of mind than their predecessors had been” (CWJMK, Vol. XIV, p.79, grifo nosso).

Uma observação deve ser feita a partir desta citação e da interpretação convencional de quais eram os reais objetivos de Hicks no modelo proposto no artigo. Em primeiro lugar, deve-se deixar claro que o objetivo de Hicks não era o de mostrar que a teoria de Keynes era um caso particular da teoria clássica, como propõem o pensamento convencional. O objetivo do autor era mostrar que, tanto a economia de “Keynes” como a dos “clássicos”, constituíam-se em casos particulares de uma modelo mais geral, o modelo *IS – LM*²⁷. Em segundo lugar, de que o consenso que se formou de Keynes teria aceitado este modelo, feita principalmente a partir da citação acima, não está correto. Isso porque, Keynes criticou a representação da teoria clássica feita por Hicks mostrando que a proposta de um modelo mais geral, tal como pretendida pelo modelo *IS – LM*, também estava incorreta.

O complemento ao artigo de Hicks e a popularização do seu modelo encontra-se na obra de Hansen (1953). O modelo IS-LM, como passa a ser conhecido, tem como característica principal – dentro do aparato keynesiano - a interação entre o mercado monetário e mercado real. Da interação desses mercados determinam-se o nível de renda e a taxa de juros de equilíbrio. Estas variáveis, por sua vez, afetam elementos de outros mercados como, por exemplo, supondo uma versão simples em

²⁶ Observe que se a intersecção das curvas ocorrer em um ponto onde a curva LM é horizontal, então uma expansão no gasto agregado será acompanhado de um aumento no nível do emprego agregado. Logo, é possível concluir este ponto de equilíbrio é caracterizado pela presença de capacidade ociosa.

²⁷

que a renda afeta a demanda por moeda e esta a taxa de juros que, por sua vez, afeta os investimentos.

A sugestão de Hicks – Hansen foi levada adiante por Modigliani. Partindo do caminho sugerido por Hicks, Modigliani coloca a teoria de Keynes num modelo de equilíbrio econômico simplificado com quatro mercados: o de bens de consumo, o de bens de investimento, o mercado monetário e o mercado de trabalho. O resultado do modelo proposto por Modigliani é que a existência de desemprego involuntário não é o produto da operação econômica normal do sistema, mas uma anomalia sugerida em função de pelo menos uma imperfeição no funcionamento de alguns dos mercados. Mais especificamente, a conclusão que o autor chega é que, além do caso apontado por Hicks (armadilha pela liquidez), só há desemprego involuntário quando existe um mal funcionamento no mercado de trabalho, de tal sorte que a consequência desse mal funcionamento resulte em rigidez dos salários nominais.

O desemprego de equilíbrio no modelo Keynesiano, seguindo esta literatura, também ocorre em uma outra situação especial, qual seja, quando o investimento tende a ser juros - inelástico²⁸. Entretanto, este resultado foi posteriormente corroborado por Pigou (1941, 1943), a medida que demonstrou-se que este tinha sido alcançado somente porque Keynes ignorou na especificação da função consumo de seu modelo o efeito riqueza real. Quando a função consumo é especificada incluindo este efeito, os resultados apresentados anteriormente são invalidados e o desemprego involuntário na economia keynesiana só pode ser obtido em contexto em que preços e salários são rígidos. Estas questões serão melhor abordadas nas seções que se seguem.

3.2 A Rigidez Salarial como Determinante do Equilíbrio com Desemprego.

Um dos poucos consensos que se formou entre os economistas do *mainstream* é de que a proposição de que a economia capitalista pode permanecer numa situação de equilíbrio com desemprego, tal como explicitado por Keynes ao longo da TG, depende criticamente da hipótese de imperfeições de mercado, em especial, do mercado de trabalho. Neste caso, a imperfeição está associada a hipótese de rigidez na taxa nominal de salário. Modigliani foi um dos primeiros autores a enfatizar esta interpretação da TG. Nas palavras do autor:

“The liquidity – preference theory is not necessary to explain underemployment equilibrium; it is sufficient only in a limiting case: the “Keynesian case”. In the general case it is neither necessary nor sufficient; it can explain this phenomenon only with the additional assumption of rigid wages” (Modigliani, 1944, p.223).

²⁸ Isto significa que grandes variações na taxa de juros está associada a pequenas variações no produto.

Neste trabalho, o autor se propõe a formular uma teoria mais geral, integrando “velhas” e “novas” teorias do juro e da moeda. Mais especificamente, trata-se de incorporar a teoria da preferência pela liquidez na teoria econômica clássica, considerando hipóteses muito particulares sobre a oferta de trabalho. Embora o autor reconheça que um dos elementos mais importantes da teoria de Keynes é a existência de um equilíbrio com subemprego, o que ele busca demonstrar é que esta possibilidade depende da hipótese de rigidez nominal de salários. Para demonstrar as conclusões do autor, apresenta-se a seguir um modelo de equações simultâneas similar ao apresentado por Modigliani (1944)²⁹.

$$Y = C(Y) + I(r) \quad C_Y > 0 ; I_r < 0 \quad (3.1)$$

$$M/P = L(r, Y) \quad L_Y > 0 ; L_r < 0 \quad (3.2)$$

$$Y = F(N) \quad F_N > 0 ; F_{NN} < 0 \quad (3.3)$$

$$N^D = f(W/P) \quad f' < 0 \quad (3.4)$$

$$N^S = g(W/P) \quad g' > 0 \quad (3.5)$$

A equação (3.1) representa o equilíbrio no mercado de bens (*IS*); a equação (3.2) o equilíbrio no mercado monetário (*LM*); a equação (3.3) é a função de produção (curto prazo); e, a equação (3.4) é a que representa a demanda por trabalho. Todas essas equações de (3.1) – (3.4) são integrantes do sistema Keynesiano *IS – LM*. Contudo, a consideração de somente este conjunto de equações torna o sistema, logicamente, indeterminado.

Para tornar o sistema determinado falta explicitar a equação que relaciona o salário monetário com a oferta de trabalho. Segundo Modigliani (1944: p.188) “*this equation takes a substantially different form in the “Keynesian” system as compared with the “classical” systems*”. Para tanto, o autor escreve a equação (3.5) que relaciona a função oferta de trabalho em função dos salários reais, de modo que esta equação, juntamente com a equação (3.4), garante a condição de *market clearing* para o mercado de trabalho. Esta imposição, segundo o autor, busca determinar se é possível obter os resultados da economia “clássica” no conjunto de equações que representam o sistema Keynesiano. Este constitui-se no que o autor denominou como “caso geral”.

Pode-se reescrever o modelo da seguinte forma:

$$Y - C(Y) + I(r) = 0$$

$$M/P - L(r, Y) = 0$$

$$Y - F(N) = 0$$

²⁹ Em seu trabalho original, Modigliani desenvolve seus argumentos com a ajuda de um conjunto de equações que compõem a base das três formulações da teoria macroeconômica identificadas pelo autor: a *keynesiana*, a *clássica “crude”* e a *clássica generalizada*. Os pontos que diferenciam o modelo clássico do Keynesiano são as equações de demanda por moeda e de oferta de trabalho. Nesse sentido, a proposta de modelo mais geral consiste na substituição, no modelo *clássico “crude”*, da equação de teoria quantitativa da moeda pela equação dita Keynesiana, que incorpora a demanda especulativa de moeda.

$$N - f(W/P) = 0^{30}$$

$$N - g(W/P) = 0$$

ou, tomando o diferencial total de cada equação com respeito a M :

$$(1 - C_Y)F_N dN/dM - I_r dr/dM = 0$$

$$\frac{1}{P} - \frac{M}{P^2} \frac{dP}{dM} L_r \frac{dr}{dM} - L_Y F_N \frac{dN}{dM} = 0$$

$$\frac{dN}{dM} - \frac{f'}{P} \frac{dW}{dM} - f' \frac{W}{P^2} \frac{dP}{dM} = 0$$

$$\frac{dN}{dM} - \frac{g'}{P} \frac{dW}{dM} - g' \frac{W}{P^2} \frac{dP}{dM} = 0$$

Representando na forma matricial, têm que:

$$A = \begin{vmatrix} (1 - C_Y)F_N & -I_r & 0 & 0 \\ -L_Y F_N & -L_r & -M/P^2 & 0 \\ 1 & 0 & (W/P^2)f' & -f'/P \\ 1 & 0 & (W/P^2)g' & -g'/P \end{vmatrix} \begin{vmatrix} dN/dM \\ dr/dM \\ dP/dM \\ dW/dM \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -1/P \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Calculando a matriz dos coeficientes através da *expansão de Laplace* têm-se que, após os algebrismos necessários,

$$|A| = I_r \left(\frac{M}{P^3} \right) (f' - g') < 0$$

Agora, utilizando a *regra de Cramer*, é possível determinar os termos dP/dM , dr/dM e dN/dM . Para o primeiro termo temos que $dP/dM = \frac{|A_3|}{|A|}$. Novamente, utilizando a *expansão de Laplace* calcula-se;

$$|A_3| = I_r (f' - g') / P^2$$

Finalmente, obtêm-se que a variação de preços com relação a variação na oferta de moeda é dada por;

$$dP/dM = \frac{|A_3|}{|A|} = P/M \Rightarrow dP/dM \cdot M/P = 1$$

Dessa forma, dado que a elasticidade de preço com respeito à oferta de moeda é igual a unidade, um crescimento na oferta de moeda leva a um proporcional crescimento do nível de preços e têm-se, portanto, a validade da teoria quantitativa da moeda. Observe ainda que, $dr/dM = 0$ e

³⁰ Reescreve-se esta equação e a equação de oferta de trabalho utilizando a hipótese da existência da condição de *market clearing* neste mercado, tal que $N^D = N^S = N$.

$dN/dM = 0$, o que mostra que a moeda não tem efeitos reais sobre a economia. Isso significa, em outras palavras, que os resultados da economia clássica são todos confirmados, dentre os quais, que o nível de produto e emprego são determinados por fatores reais.

Posteriormente, Modigliani (1944) mostrou como é possível obter a partir desta mesma estrutura analítica os resultados Keynesianos. Para o autor, “*in the Keynesian systemthe supply of labor is assumed to be perfectly elastic at the historically ruling wage rate, say W_0* ” (1944: p. 47). Isso significa dizer, em outras palavras, que a oferta de trabalho não é mais uma função dos salários reais, tendo em vista que estes passam a ser fixos em um determinado valor (W_0).

Reescrevendo o modelo, tem-se que:

$$Y = C(Y) + I(r) \quad C_Y > 0; I_r < 0 \quad (3.6)$$

$$M/P = L(r, Y) \quad L_Y > 0; L_r < 0 \quad (3.7)$$

$$Y = F(N) \quad F_N > 0; F_{NN} < 0 \quad (3.8)$$

$$N = f(W_0/P) \quad f' < 0 \quad (3.9)$$

Expressando as equações na forma implícita e tirando o diferencial total com respeito a M , pode-se reescrever o modelo na forma matricial da seguinte maneira:

$$A = \begin{vmatrix} (1-C_Y)F_N & -I_r & 0 \\ -L_Y F_N & -L_r & -M/P^2 \\ 1 & 0 & (W/P^2)f' \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} dN/dM \\ dr/dM \\ dP/dM \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -1/P \\ 0 \end{vmatrix}$$

Novamente, utilizando a *expansão de Laplace e a regra de Cramer* é possível determinar o efeito de uma variação nos preços dado uma variação na oferta de moeda. Neste caso, têm-se que;

$$\frac{dP}{dM} = \frac{|A_3|}{|A|} = \frac{I_r/P}{I_r \left(\frac{M}{P^2} \right) - \left(\frac{W_0}{P^2} \right) f' [(1-C_Y)F_N L_r + I_r L_Y F_N]}$$

que, após alguns algebrismos, mostra que a elasticidade preço em relação a oferta de moeda é dado por;

$$1 > \frac{dP}{dM} \cdot \frac{M}{P} > 0$$

Dessa forma, tem-se que o crescimento na oferta nominal de moeda é seguido por um crescimento menos do que proporcional no nível de preços e, então, ocorre uma mudança na oferta real de moeda. Neste caso, a teoria quantitativa da moeda torna-se inválida. Este resultado também é obtido quando observa-se que $dr/dM < 0$ e $dN/dM > 0$. Pela regra da cadeia, é possível

demonstrar que uma expansão monetária provocará uma expansão no produto. Nesse sentido, a conclusão de Modigliani é de que o sistema Keynesiano só é aplicável na condição em que os salários são rígidos, ou seja, só é possível demonstrar a existência de um equilíbrio com desemprego num contexto que não prevalece a situação de *market clearing* para todos os mercados.

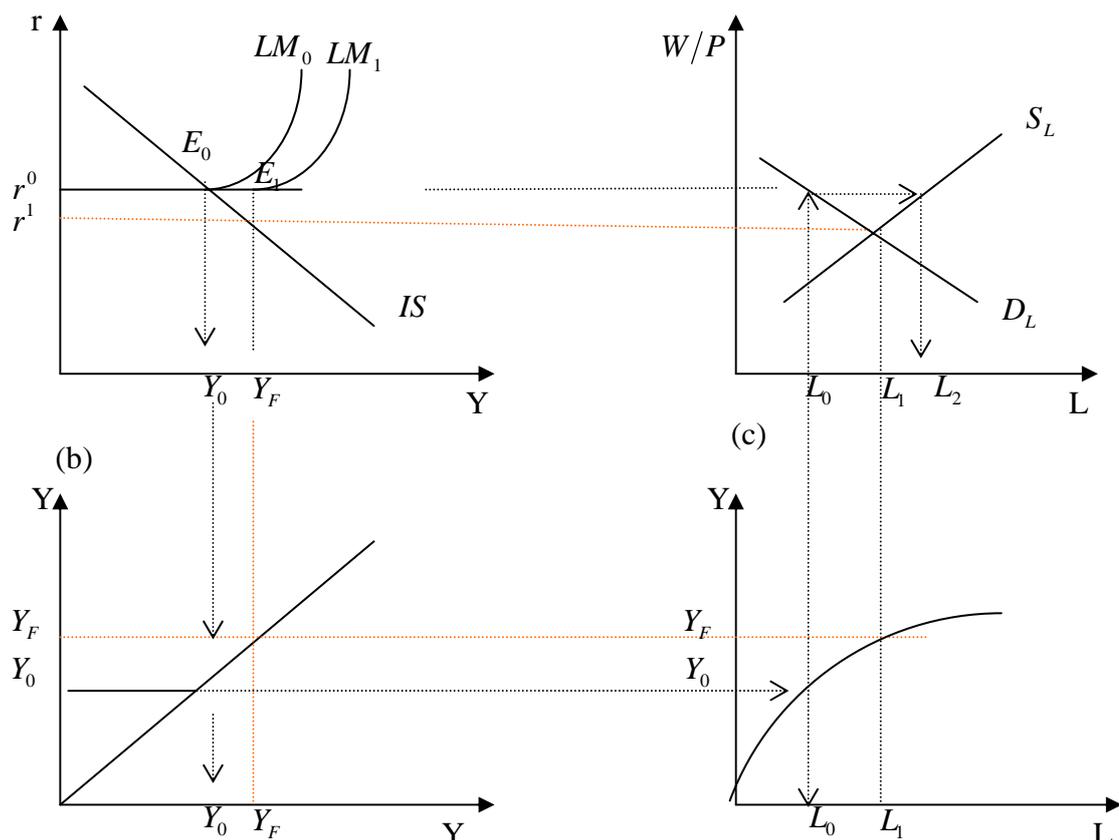
3.3 Armadilha Pela Liquidez, Inelasticidade do Investimento à Taxa de Juros e o Efeito Riqueza real: a Economia Keynesiana Como Um Caso Especial

A teoria Keynesiana era considerada compatível com a hipótese de equilíbrio com desemprego em um contexto de preços e salários flexíveis em dois casos especiais, a saber: (i) na armadilha pela liquidez; e, (ii) no caso em que o investimento é juro - inelástico.

O primeiro destes casos especiais foi identificado por Hicks (1937) em que ele observa a armadilha pela liquidez como “*special form of Mr. Keynes’s theory*” (p. 109). Neste caso, o autor observa que a elasticidade juros da demanda por moeda tende ao infinito e, portanto, a curva *LM* tende a ser plana para baixos níveis de renda e juros. A justificativa deste argumento estaria no fato de que, se as taxas de juros estão baixas, as pessoas devem esperar o crescimento da mesma no futuro e, então, desejam manter qualquer quantidade extra de moeda disponível nesse intervalo de tempo em antecipação a este crescimento.

Para mostrar como a economia pode, no caso da armadilha pela liquidez, ficar presa em um equilíbrio com desemprego nos termos do modelo *IS – LM*, apresenta-se a figura (3.1) a seguir.

Figura 3.1: A economia na Armadilha Pela Liquidez



Na figura (3.1) a economia está inicialmente no ponto E_0 , o ponto de intersecção da IS_0 com a LM_0 . Neste ponto, o mercado de bens e o mercado monetário estão em equilíbrio, e o nível de renda Y_0 está abaixo do nível de renda de pleno emprego (Y_F). No que se refere ao mercado de trabalho, a análise revela que o nível de emprego (L_0) está abaixo do nível de pleno emprego (L_F) com salário real $(W/P)_0$ acima do salário real que garantiria a condição de pleno emprego neste mercado $(W/P)_1$. A dinâmica desta economia com salários flexíveis mostra que, dado o excesso de oferta de trabalho, tenderá a haver uma queda no salário nominal pago aos trabalhadores. Essa queda no salário reduz os custos das firmas e, conseqüentemente, o nível de preços. A queda do nível de preços, por sua vez, aumenta o valor da oferta de moeda (desloca a curva LM de LM_0 para LM_1) sendo que agora o crescimento dos saldos reais são inteiramente absorvidos ou de forma ociosa ou para fins de especulação.

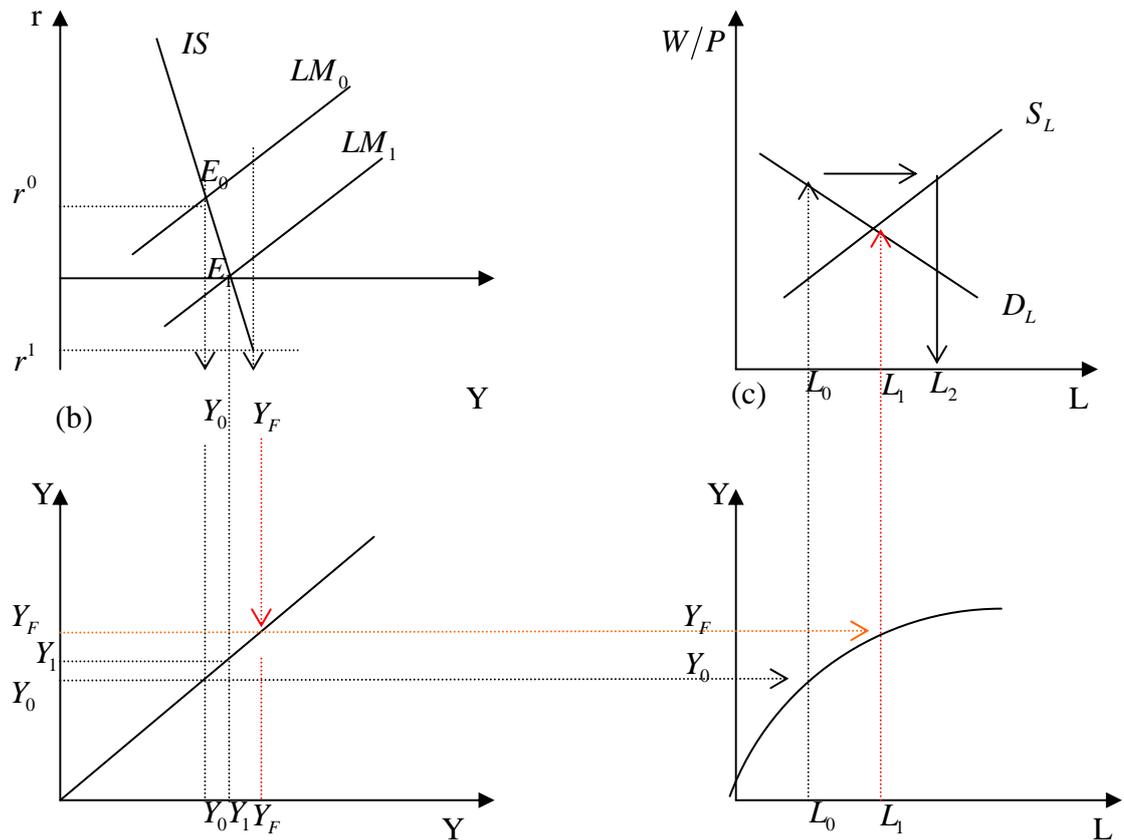
Em outras palavras, na armadilha pela liquidez a demanda por moeda é perfeitamente elástica com respeito à taxa de juros e, assim, o excesso dos saldos reais não vai ser canalizado para o mercado de títulos e, portanto, a taxa de juros não vai diminuir - o que significa que a expansão na demanda agregada necessária para restaurar o equilíbrio de pleno emprego não vai se efetivar. Como não há crescimento na demanda agregada para moderar a queda nos preços, os preços diminuem de forma proporcional à queda nos salários monetários e, portanto, os salários reais permanecem constantes. Nesse sentido, o nível de demanda agregada é insuficiente para alcançar o pleno emprego e a economia permanece em uma posição de equilíbrio com desemprego.

O segundo caso especial em que é possível que a economia fique em equilíbrio com desemprego quando os preços e salários forem flexíveis foi enfatizado por Patinkin (1948). Este caso é identificado quando a função demanda por investimento é juros - inelástica, de forma que a curva IS deve ser muito íngreme - no caso extremo, completamente vertical. Nesse sentido, uma mudança para a direita da curva LM diminui a taxa de juros e expande o gasto agregado. entretanto, neste caso essa variação negativa na taxa de juros não é suficiente para garantir a condição de pleno emprego. Em outras palavras, ao supor que o investimento é pouco sensível à taxa de juros, o ponto de equilíbrio com pleno emprego só pode ocorrer se houver uma grande variação na taxa de juros, de tal forma que o mesmo passa a assumir valores negativos. Esse ponto de equilíbrio é, no entanto, *non-sense*, ou seja, sem sentido econômico.

A figura (3.2) abaixo mostra a situação em que a função demanda por investimento é juros - inelástica. A economia está inicialmente no ponto E_0 , o ponto de intersecção da IS_0 com a LM_0 .

Neste ponto, o mercado de bens e o mercado monetário estão em equilíbrio, e o nível de renda Y_0 está abaixo do nível de renda de pleno emprego (Y_F). No que se refere ao mercado de trabalho, a análise revela que o nível de emprego (L_0) está abaixo do nível de pleno emprego (L_F) com salário real $(W/P)_0$ acima do salário real que garantiria a condição de pleno emprego neste mercado $(W/P)_1$. O excesso de oferta de trabalho resulta na queda dos salários monetários e nos preços. Apesar do crescimento dos saldos reais - por intermédio do *efeito Keynes* - reduzir a taxa de juros, esta queda é insuficiente para restaurar o pleno emprego. Como pode ser observado, o pleno emprego só pode ser restaurado se a taxa de juros for negativa (r_1), o que revela-se claramente impossível (do ponto de vista econômico). Portanto, a economia deve ficar presa em um equilíbrio (Y_1) com desemprego involuntário.

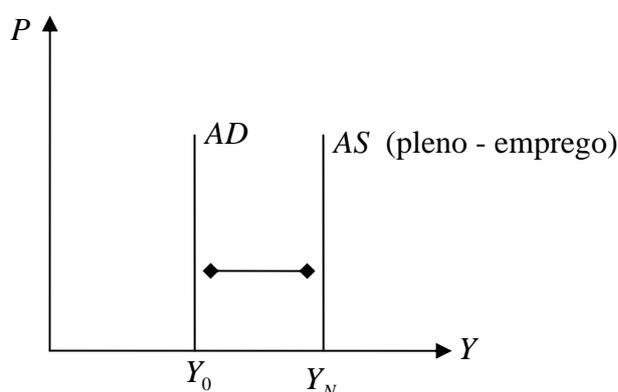
Figura 3.2: O Equilíbrio com a Função Investimento Juros - Inelástica



Uma observação que deve ser feita neste caso é que, em outros termos, o que implicitamente se propõem ao admitir que a curva LM é infinitamente elástica (armadilha da liquidez) e/ou que a curva IS é juros-inelástica, é de que a inclinação da curva de demanda agregada é vertical no plano

preço e quantidade³¹. Neste caso, como mostrado na figura a seguir, não há equilíbrio possível com pleno emprego no modelo em que estas possibilidades são consideradas. Entretanto, o que deve ser observado é que essa abordagem remete-se a discussão sobre a existência (ou não) do ponto de equilíbrio com pleno emprego e não sobre a possibilidade de convergência a esse ponto. Como mencionado anteriormente, a proposição de Keynes ao longo da TG, em especial no capítulo 19, refere-se à possibilidade de convergência da economia ao ponto de equilíbrio com pleno emprego, de tal forma que essa análise, quando inserida no contexto desta obra, apresenta-se *no mínimo* como um elemento estranho.

Figura 3.3: A curva de demanda vertical e a impossibilidade de equilíbrio com pleno emprego



Os dois casos especiais mostrados em que é impossível o equilíbrio com pleno emprego dependem criticamente, segundo Tobin (1943) e Patinkin (1948), do formato específico assumido pela função consumo no modelo Keynesiano. Esta função, conforme prevê o modelo, depende exclusivamente do nível de renda e da taxa de juros, sendo que uma especificação mais geral desta deveria admitir a inclusão dos encaixes monetários reais como um dos seus argumentos. A justificativa teórica para isso é de que o consumo depende também da riqueza dos indivíduos. Mais especificamente, a idéia é de que uma deflação de preços aumenta o valor real da oferta de moeda e eleva o valor real da poupança dos indivíduos. Neste caso, as pessoas “enriquecerão”, de tal forma que tendem a aumentar seus gastos em consumo. Este aumento de gastos, por sua vez, levará a um aumento no nível de produto e nível de emprego. Neste caso, a inclusão dos encaixes monetários reais na função consumo busca representar este efeito³².

³¹ Essa proposição pode ser provada a partir de um modelo Keynesiano simplificado. No caso da armadilha pela liquidez, quando $m_r \rightarrow 0$, tem-se $\partial Y / \partial P = 0$. No caso de função investimento juros inelástica, quando $I_i \rightarrow 0$, tem-se $\partial Y / \partial P = 0$.

³² Deve-se considerar que os encaixes monetários, que são tidos como argumentos da função consumo, incluem não só aquela parte do estoque monetário que se constitui um débito líquido do governo para com a sociedade (*outside money*), como também o dinheiro que é criado por intermédio dos bancos, através dos empréstimos que estes fazem ao setor privado (*inside money*). A operação do efeito riqueza real, contudo, baseia-se exclusivamente na parte dos encaixes monetários que não têm como contrapartida nenhum passivo do setor privado (o papel moeda em poder do público), de tal forma que uma deflação de preços, ao aumentar o valor real desses encaixes, atua favoravelmente sobre a propensão a consumir e, conseqüentemente, sobre a demanda agregada. No caso dos empréstimos que os bancos fazem ao setor

Em termos do modelo $IS - LM$, reescrevendo o sistema Keynesiano simples – com preços e salários flexíveis - e incorporando na função consumo o “efeito riqueza real” como segue, tem-se que:

$$Y = C\left(Y, \frac{M+B}{P}\right) + I(r) \quad C_Y > 0; I_r < 0 \quad (3.10)$$

$$M/P = L(r, Y) \quad L_Y > 0; L_r < 0 \quad (3.11)$$

$$Y = F(N) \quad F_N > 0; F_{NN} < 0 \quad (3.12)$$

$$W/P = F_N(N) \quad (3.13)$$

Na equação (3.10), observa-se que uma redução do nível geral de preços, *ceteris paribus*, irá aumentar o valor real dos encaixes monetários possuídos pelos indivíduos; levando-os a aumentar os seus gastos de consumo. Trata-se do conhecido efeito liquidez – real também conhecido como efeito Pigou – Patinkin³³. Formalmente, este efeito pode ser observado diferenciando-se a equação (3.10) e obtendo a inclinação da curva IS , como segue;

$$dY = c_1 dY + c_2 \left[\frac{P}{P^2} d(M+B) - \frac{(M+B)}{P^2} dP \right] + I_r dr$$

Reescrevendo a equação tem-se que;

$$dY = \frac{c_2}{\Phi P} d(M+B) - \frac{c_2 (M+B)}{\Phi P^2} dP + \frac{I_r}{\Phi} dr$$

onde: $\Phi = (1 - c_1)$

A inclinação da curva IS é dada por;

$$\left. \frac{\partial Y}{\partial r} \right|_{IS} = \frac{I_r}{\Phi} < 0$$

A inclinação da IS é exatamente igual ao modelo keynesiano simples, ou seja, sem a especificação da função consumo como dependente da riqueza. A diferença fundamental reside, contudo, no fato de que a equação que representa a curva IS neste modelo é influenciada por variações no nível de preços³⁴. Isso significa que quando o *efeito Keynes* opera e, portanto, desloca a curva LM para a direita, há um deslocamento subsequente da curva IS - em decorrência da atuação do efeito riqueza real - também para a direita, o que pode levar a economia à posição de

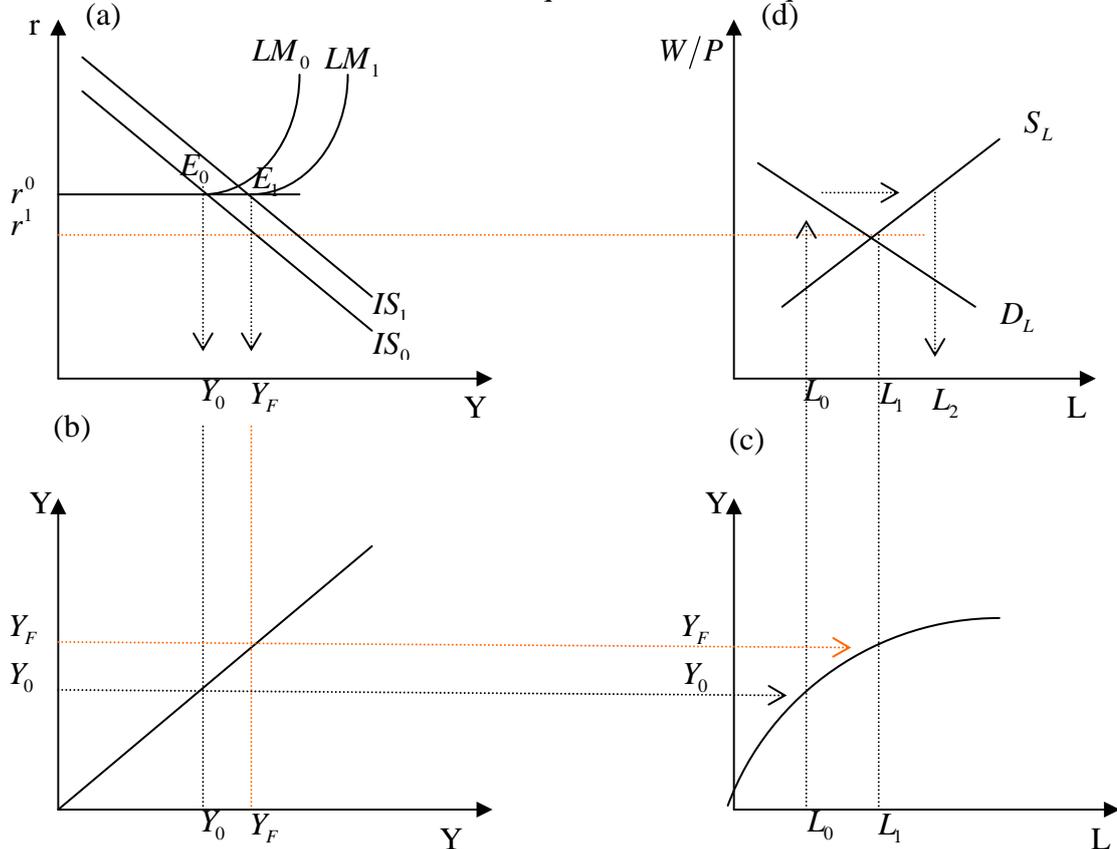
privado, deve-se considerar que o ativo dos bancos e dos credores faz parte do passivo dos devedores. Se o valor nominal deste for fixo, uma deflação de preços aumentará o valor real dos mesmos, tornando maior o peso deste para os devedores. Considerando que a propensão a consumir destes é maior que a dos credores, o efeito de uma deflação será o de diminuir a demanda agregada.

³³ Deve-se observar que este efeito viola a antiga dicotomia clássica entre os setores real e monetário da economia ao associar o nível de produto às variações nos preços.

³⁴ Em outros termos, a diferença estaria na inclinação da curva de demanda agregada. Ou seja, a inclusão do efeito riqueza real garante que a curva de demanda não é vertical no plano preço e quantidade, como será demonstrado posteriormente.

pleno emprego³⁵. Em outras palavras, à medida que se incorpora na função consumo a riqueza real dos indivíduos, o resultado do modelo Keynesiano de que a economia poderia ficar presa em um equilíbrio com desemprego no caso em que opera a armadilha pela liquidez e / ou quando a função demanda por investimentos é juros inelástica, torna-se inválido em um contexto em que os preços e os salários são flexíveis. Ilustradamente, este resultado é mostrado como segue;

Figura 3.4: A economia na Armadilha Pela Liquidez e o efeito riqueza real

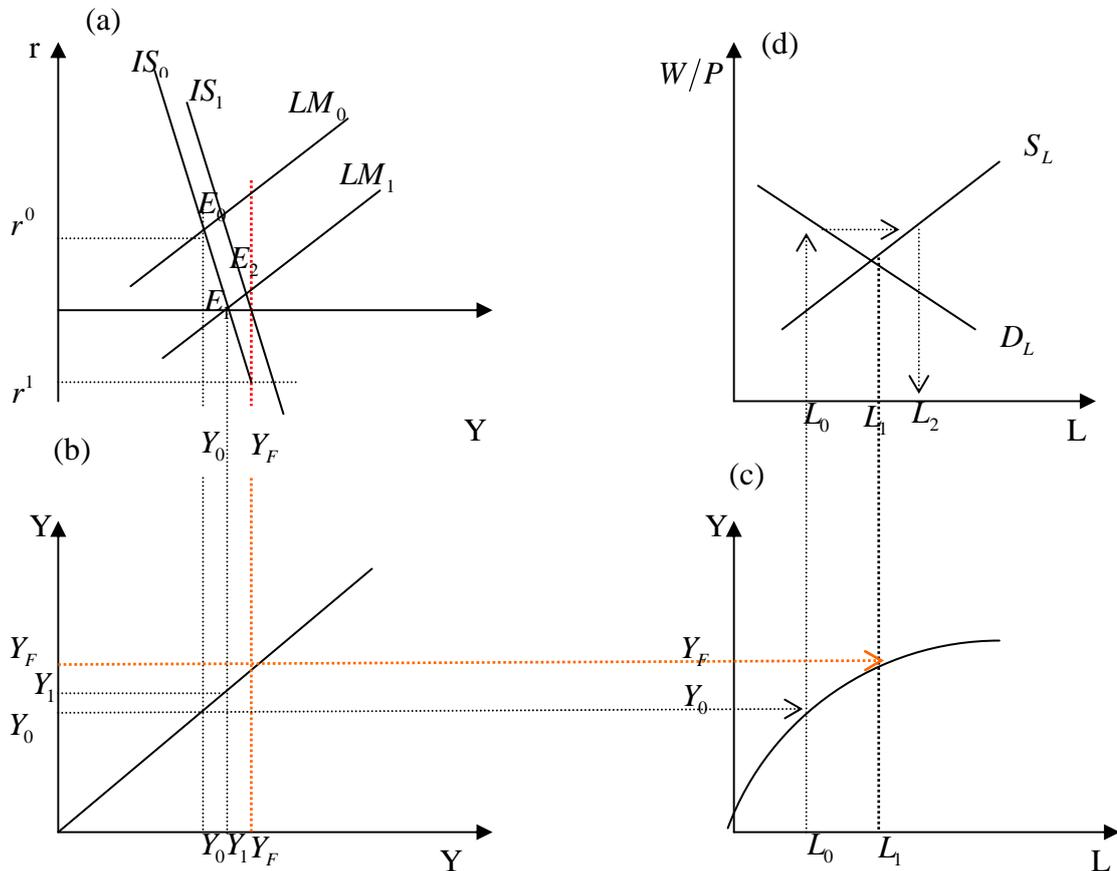


A figura 3.4 mostra que, mesmo se a economia operar na situação da armadilha pela liquidez, a flexibilidade de preços e salários garante a convergência da economia a sua posição de pleno emprego. Observe que, a partir da situação inicial descrita pelo ponto E_0 - em que a economia opera com o produto abaixo de pleno no emprego e o mercado de trabalho é caracterizado pelo desemprego involuntário - o excesso de oferta de trabalho pressionará no sentido de diminuir o salário nominal. Uma queda no salário nominal, ao diminuir os custos das empresas, diminui conseqüentemente o nível de preços. A queda de preços agora terá efeitos sobre a curva IS , deslocando-a para a direita. Esse deslocamento, - como conseqüência dos aumento dos gastos em consumo, dado o aumento dos encaixes monetários possuídos pelos indivíduos - determina que o equilíbrio alcançado pela economia seja o equilíbrio de pleno emprego.

³⁵ Observe que a derivada parcial é dada por: $\frac{\partial Y}{\partial P} = -\frac{c_2(M+B)}{\Phi P^2} < 0$

Situação semelhante ocorre quando a demanda por investimentos é juro – inelástica. Neste caso, o deslocamento da IS para a direita leva a economia para o equilíbrio de pleno emprego representado na figura 3.5 pelo ponto E_2 . Observe que neste caso a taxa de juros de equilíbrio não é negativa.

Figura 3.5: O Equilíbrio com a Função Investimento Juro - Inelástica e o Efeito riqueza real



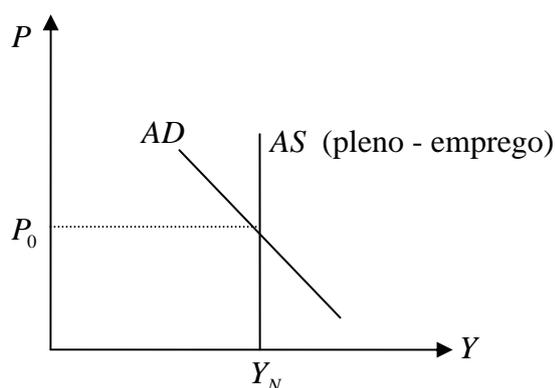
Alternativamente, o que estes autores estão propondo é que a partir da inclusão do efeito riqueza real na função consumo, a inclinação da curva de demanda agregada passa a ser negativa no plano preço e quantidade³⁶. Neste caso, além da existência do ponto de equilíbrio com pleno emprego, o que os autores buscam demonstrar é a convergência da economia para este ponto (figura 3.6). Ou seja, uma vez que a curva de demanda tenha inclinação negativa, o ponto de equilíbrio será um ponto estável, de tal forma que, mesmo que a economia se distancie dele em um determinado momento do tempo em virtude de choques de demanda e oferta, existe forças endógenas que engendram e garantem que a economia retornará a este ponto.

Em síntese, a inclusão da riqueza real na função consumo dos agentes garante, em teoria, a convergência da economia a sua posição de pleno emprego. Logo, em termos de estrutura analítica pura, a inclusão do efeito riqueza real garante o triunfo da teoria clássica, sendo a teoria

³⁶ Essa conclusão desconsidera os efeitos negativos que uma deflação de preços pode ter sobre a demanda agregada, como argumentou Keynes no capítulo 19 da TG.

Keynesiana, por sua vez, interpretada como um caso especial, em que a economia é caracterizada pela rigidez de salários. No entanto, há de considerar que estudos empíricos, entre outros, como os de Glahe (1973), Morgan (1978) e Stiglitz (1992), mostram que o efeito riqueza real é relativamente fraco e que, portanto, a posição de pleno emprego só seria alcançada em um período relativamente longo de tempo justificando, desta forma, a intervenção governamental³⁷. Pode-se dizer, portanto, que a síntese neoclássica é formada pelo pensamento convencional de que para o longo prazo são completamente válidos os resultados da teoria clássica, enquanto que para o curto prazo o comportamento da economia pode ser melhor descrito pelo modelo Keynesiano.

Figura 3.6: A curva de demanda negativamente inclinada e o equilíbrio com pleno emprego



3.4 – Instabilidade do Equilíbrio com Pleno Emprego e Ineficácia do efeito Pigou: O Modelo de Oreiro (1997)

No capítulo 19 da TG, Keynes apresenta uma série de possíveis efeitos de uma deflação de preços e salários sobre o sistema econômico. Segundo o autor, esses efeitos poderiam tornar instável a posição de equilíbrio com pleno emprego, de forma que a flexibilidade de preços e salários pode não garantir o retorno da economia a este ponto caso a mesma tenha se afastado dele por algum motivo. Esses efeitos podem ser assim sintetizados (Oreiro, 1997):

- i) Haveria uma redistribuição de renda e salários para os lucros, uma vez que a redução dos preços seria menor do que a dos salários. Supondo que a propensão a consumir a partir dos lucros é menor do que a dos salários, isso terá um efeito depressivo sobre a demanda agregada. Esse efeito pode ser chamado de *Keynes-Kalecki*;
- ii) A deflação provocará uma redução da renda nominal, diminuindo a demanda nominal de moeda para fins transacionais. Isso provocará uma redução da taxa de

³⁷ Segundo Stiglitz *apud* Snodon and Vane (2005, p. 122) “if prices were to fall by 10 per cent per year, *ceteris paribus* to ‘increase consumption by 25 per cent would take roughly 400 years’ and ‘it is hard to see even optimistic view, the quantitative significance of the real balance effect for short run macroeconomic analyses”.

juros o que, conseqüentemente, estimulará o investimento. Esse é o conhecido efeito *Keynes*;

- iii) A deflação pode aumentar o peso real das dívidas, podendo provocar uma onda de insolvências. Fora isso, um maior valor real para as dívidas reduzirá a propensão a consumir dos devedores. Se esta for maior do que a propensão a consumir dos credores, segue-se que este efeito será depressivo sobre a demanda agregada. Este é o efeito *Keynes-Fischer*; e,
- iv) Caso se espere que a redução dos salários nominais será *once-for-all*, isto é, relativamente aos salários nominais no futuro, então isso será favorável ao investimento, uma vez que, para um mesmo estado de expectativas de longo prazo, a eficiência marginal do capital para os investimentos feitos hoje será maior dos que os investimentos realizados no futuro. Entretanto, se isso provocar uma expectativa de novas deflações, segue-se que se poderá obter maior taxa de retorno para os investimentos em capital fixo se os mesmos forem adiados. Nesse caso, a deflação é prejudicial aos investimentos e à demanda agregada. Trata-se do efeito *Keynes-Mundell-Tobin*.

Com base nesses efeitos, pode-se observar que a *convergência* a posição de equilíbrio com pleno emprego defendida pela síntese neoclássica é altamente contestável; uma vez que, por exemplo, se o efeito *Kalecki* for mais forte que o efeito *Pigou – Patinkin* (efeito riqueza real), a economia assumirá uma trajetória que se afastará cada vez mais do equilíbrio.

A seguir apresenta-se um modelo formal no qual o efeito Riqueza real é incapaz de levar a economia de volta a posição de equilíbrio com pleno emprego uma vez que a mesma tenha se afastado deste ponto. Este modelo, apresentado por Oreiro (1997), mostra que se o efeito Keynes Fischer for maior que o efeito riqueza real a economia tende a se afastar cada vez mais da posição de equilíbrio com pleno emprego contrariando, portanto, as conclusões da síntese neoclássica.

Modelo Oreiro (1997)

O modelo proposto pelo autor busca, em sua análise, incluir o efeito Keynes-Fischer e o Efeito Riqueza real, para determinar o comportamento do sistema econômico a partir de uma posição fora da de pleno emprego. Para tanto, o autor inicia sua análise supondo que o mercado de bens e o mercado de trabalho são caracterizados pelo excesso de oferta³⁸. Nesse sentido, considerando-se preços e salários flexíveis, as seguintes equações devem se verificar;

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \sigma[N(W/P) - N] \quad \sigma' > 0 \quad (3.14)$$

³⁸ Observe que, conforme demonstrado em Sargent (1987) (ver anexo A), esta condição não viola a Lei de Walras.

$$\partial P/\partial t = \beta[E(Y(N(W/P));M/P;r-\pi;\Theta) - Y(N(W/P))] \quad \beta' > 0 \quad (3.15)$$

onde: $N(W/P)$ é a demanda de trabalho; N é a oferta de trabalho; $Y(N(W/P))$ é a oferta agregada e E é o dispêndio agregado ($E = C + I$).

Na equação (3.14) os salários nominais variam em função do excesso de oferta/demanda de trabalho, onde considera-se para simplificar a análise de estabilidade que a oferta de trabalho é inelástica e igual a N . Na equação (3.15), supõem-se que o nível de preços se ajusta em função do excesso de oferta/demanda no mercado de bens. No entanto, como o mercado de trabalho apresenta excesso de oferta, então o nível de emprego é determinado com base na “regra do lado curto”, pela demanda trabalho³⁹. Sendo assim, a oferta agregada será igual à produção de bens resultante do emprego $N(W/P)$ trabalhadores. Ressalta-se ainda, conforme o autor, que na equação (3.15) opera apenas o efeito riqueza real e que a taxa de juros ($r - \pi$) é mantida como constante (Oreiro, 1997, pág. 12).

A economia descrita pelas equações (3.14) e (3.15) estão em *steady state* quando $\partial W/\partial t = \partial P/\partial t = 0$. Neste ponto, através das referidas equações, a posição de *steady state* corresponde ao equilíbrio com pleno emprego, em que, através da análise de estabilidade é possível demonstrar que o mesmo é um ponto de equilíbrio estável.

Para introduzir o efeito Keynes-Fischer na análise o autor considera uma economia na qual o dispêndio agregado é determinado pela seguinte equação:

$$E = E(Y(N(W/P);M/P;D/P;r-\pi;\Theta) \quad \partial E/\partial(D/P) < 0 \quad (3.16)$$

Na equação (3.16) o valor real das dívidas dos agentes do setor privado é um dos determinantes da demanda agregada, sendo que um aumento daquele valor fará com que o dispêndio agregado se reduza. A dinâmica da economia em desequilíbrio é descrita pelo seguinte sistema de equações diferenciais;

$$\partial W/\partial t = \sigma[N(W/P) - N] \quad \sigma' > 0$$

$$\partial P/\partial t = \beta[E(Y(N(W/P));M/P;D/P;r-\pi;\Theta) - Y(N(W/P))] \quad \beta' > 0$$

Linearizando o sistema em torno de sua posição de equilíbrio e escrevendo o resultante em forma matricial, temos:

³⁹ No modelo proposto pelo autor, a renda é determinada tanto pelo lócus de equilíbrio no mercado de trabalho, como pelo lócus de equilíbrio no mercado de bens. Neste caso, para eliminar essa sobre-determinação adota-se a chamada *regra do lado curto*, segundo a qual o nível de renda de equilíbrio será o menor valor entre o Y^* , o nível de renda determinado pelo equilíbrio no mercado de bens, e Y^f , o nível de renda determinado pelo mercado de trabalho. Formalmente, $Y = \min \{Y^*, Y^f\}$.

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial W}{\partial t} \\ \frac{\partial P}{\partial t} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sigma' N' & -\sigma' N' \\ \beta' Y' N' (E1-1) & -\beta' Y' N' (E1-1) - \beta' (B2-B3) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} W - W^* \\ P - P^* \end{vmatrix}$$

onde $E_1 = \left\{ \frac{\partial E}{\partial Y} \right\} > 0$, $E_2 = \left\{ \frac{\partial E}{\partial M/P} \right\} > 0$, $E_3 = \left\{ \frac{\partial E}{\partial D/P} \right\} < 0$.

A equação característica do sistema acima é dada por:

$$\lambda^2 - \lambda((\sigma' N' + \beta' Y' N' (E1-1) + \beta' (E2 - E3)) - \sigma' N' \beta' (E2 - E3)) = 0 \quad (3.17)$$

A equação (3.17) irá apresentar uma raiz positiva se a constante for negativa, ou seja, se:

$$\sigma' N' \beta' (E2 - E3) > 0 \quad (3.18)$$

A condição suficiente para o atendimento de (3.18) é que $E3 > E2$, ou seja, que o efeito Keynes Fischer seja mais forte que o efeito riqueza real. Em outras palavras, isto significa dizer que o equilíbrio é instável e que a economia tende a se afastar cada vez mais deste ponto de equilíbrio.

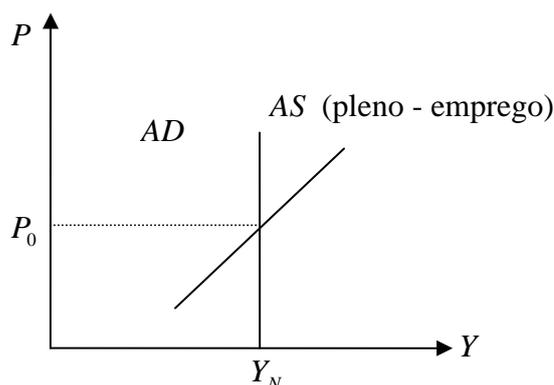
Figura 3.7: Simulações do Modelo de Oreiro (1997)

A figura 3.7 apresenta a dinâmica do modelo de Oreiro (1997) para o caso em que o efeito Fischer é superior ao efeito riqueza real. Neste caso, o ponto de equilíbrio será um ponto de equilíbrio instável e as variáveis assumem trajetórias implosivas (tendendo a zero) e /ou explosivas (tendendo a infinito) num período finito de tempo. A questão a ser colocada é, até que ponto a trajetória descrita por esse modelo é plausível? Ou seja, faz sentido o valor assumido por estas variáveis? Neste caso, como os valores são extremos e como não há evidência empírica que justifique esse tipo de comportamento, pode-se concluir que este equilíbrio é um ponto *non - sence*, ou seja, sem sentido econômico.

O autor chama atenção ainda para o fato de que o atendimento da condição (3.18) corresponde a uma situação em que a curva de demanda agregada torna-se positivamente inclinada (figura 3.8) no plano $\langle P, Y \rangle$. Formalmente, diferenciando $E(\cdot) = Y$ tem-se que;

$$\frac{\partial Y}{\partial P} = -\{(E_2 + E_3)/(1 - E_1)\} > 0$$

Figura 3.8: A inclinação positiva da curva de demanda.



3.5 – Considerações Finais

Buscou-se apresentar ao longo deste capítulo os desdobramentos e as distintas interpretações sobre a TG feitas por autores, tais como Hicks, Modigliani e Pigou, que culminaram no que ficou conhecido pela literatura como síntese neoclássica. Segundo esta interpretação, a teoria proposta por Keynes não passava de um caso particular da teoria econômica clássica.

Deve-se considerar que as interpretações da obra de Keynes feitas pelos autores da síntese neoclássica podem ser divididas em duas diferentes formas: (i) a primeira, refere-se a interpretação de que Keynes só teria demonstrado a existência do ponto de equilíbrio com desemprego considerando preços e salários flexíveis em situações em que a economia opera na armadilha pela liquidez ou quando a função investimento tende a ser juros-inelástica. Neste caso, a interpretação aborda a questão da *existência* de um ponto de equilíbrio com desemprego involuntário; e, a segunda refere-se a possibilidade de *convergência* ao ponto de equilíbrio com pleno emprego. Segundo esta interpretação, a partir da inclusão do efeito riqueza real é possível demonstrar que no longo prazo, com preços e salários flexíveis, existem forças endógenas que engendram e garantem que a economia retornará a este ponto, caso ela tenha se afastado do mesmo.

Essas interpretações, em síntese, referem-se a inclinação da curva de demanda agregada no plano preço e quantidade. De acordo com a primeira interpretação, o que Keynes teria demonstrado é que, em situações em que a economia opera na armadilha pela liquidez ou quando a função investimento é juros-inelástica, a curva de demanda agregada é vertical no plano $\langle P, Y \rangle$ e, portanto, torna-se impossível demonstrar a existência de um equilíbrio com pleno emprego. Neste caso, o equilíbrio ocorre com subutilização de recursos (desemprego involuntário). A segunda interpretação mostra que mesmo nessa situação, se na análise for incluído o efeito riqueza real, então a curva de demanda torna-se negativamente inclinada neste mesmo plano. Isso significa que o ponto de equilíbrio com pleno emprego existe e é um ponto estável, de tal forma que a economia tende a convergir para o mesmo no longo prazo.

Entretanto, como mostrou-se na última seção, se inseridos na análise os argumentos propostos por Keynes no capítulo 19 da TG, tal como a formalização proposta por Oreiro (1997), os resultados alcançados pela síntese neoclássica são altamente contestáveis. Conforme demonstra o autor em sua formalização, a convergência ao equilíbrio com pleno emprego fica condicionada a operação do efeito riqueza real, mais especificamente, a preponderância deste efeito sobre os demais. Contudo, esta hipótese é, em si, altamente contestável, uma vez que a deflação dos salários nominais gera efeitos recessivos na economia, os quais, se suficientemente forte, podem neutralizar e até mesmo reverter este efeito.

Cabe observar, que a formalização do modelo de Oreiro (1997) utilizou-se de relações lineares para descrever o comportamento os efeitos de uma deflação de preços sobre a demanda agregada. Neste caso, como foi possível observar, a resolução do modelo acabou por determinar um ponto de equilíbrio instável. O problema deste tipo de abordagem é que esse tipo de dinâmica revela-se contra-factual, ou seja, não pode ser representativa do ambiente econômico verdadeiro. Nesse sentido, como será apresentado no capítulo seguinte, é possível resolver este problema (da instabilidade) utilizando-se de relações não lineares.

4 | DINÂMICA NÃO LINEAR E MODELOS CICLO - LIMITE.

A dinâmica contra-factual (instabilidade) resultante dos modelos lineares que buscaram integrar na análise os efeitos de uma deflação de preços sobre a demanda agregada propostos por Keynes ao longo do capítulo 19 da TG, impõem limitações ao entendimento e a aceitação do que estava sendo sugerido pelo autor. Mais especificamente, nestes modelos tem sido impossível demonstrar a idéia de que não existem forças endógenas capazes de levar a economia de volta ao ponto de equilíbrio de pleno emprego caso ela tenha se afastado do mesmo, dado que os resultados alcançados têm-se apresentado como pontos de equilíbrio instáveis. Sabe-se que em economia o pensamento convencional admite que qualquer teoria que leve a estes resultados deve ser considerada como falsa.

Deve-se observar que essa dinâmica contra-factual é, em grande parte, resultado da forma como estes efeitos tem sido inseridos na análise, ou seja, geralmente a partir de sistemas lineares. Nesse sentido, a representação dos mesmos a partir de relações não lineares, além de captar mais fielmente o comportamento desses efeitos, permite a resolução desse tipo de problema, uma vez que é possível encontrar soluções em que essa instabilidade passe a não descrever trajetórias explosiva/implosiva em intervalos finito de tempo. Neste caso, as trajetórias tendem a ficar limitada a um determinado conjunto de valores (*bounded*).

Como o modelo a que se propõem resolver neste trabalho utilizar-se-á desse tipo de relações entre as variáveis, e, também, como espera-se que o mesmo descreva uma dinâmica característica de um modelo *ciclo limite*, o objetivo deste capítulo é apresentar alguns elementos teóricos que justificam o emprego da não-lineariedade em sistemas econômicos, bem como, as características dessa classe de modelo, em especial, as que se referem as condições necessárias para a sua existência.

Para atender estes objetivos, o presente capítulo encontra-se dividido em três seções, além desta introdução e das considerações finais. A primeira seção apresenta uma discussão sobre a aplicação e as limitações da utilização de sistemas lineares em economia; a segunda seção apresenta alguns elementos teóricos que caracterizam os modelos *ciclo-limite*; e, na terceira seção, apresenta-se o modelo desenvolvido por Jarsulic (1989), que caracteriza-se por apresentar este tipo de abordagem.

4.1 As limitações dos sistemas lineares e a emergência da não-linearidade

A utilização de modelos que incluem relações dinâmicas lineares para o estudo do sistema econômico encontra-se bastante difundida na literatura. Neste caso, um sistema linear pode ser definido como um sistema que possui um equilíbrio, que pode ser estável ou instável, e que para quaisquer desvios desse equilíbrio, segundo Blatt (1983, pág 149), o sistema satisfaz as seguintes condições;

- i) if a certain time-path of deviations from equilibrium is a solution to the dynamic equations of the system, then this time-path can be scaled up or down by an arbitrary constant factor; the resulting motion will then still be a solution of the equations of motion;
- ii) if a certain time-path of deviations from equilibrium are separately solutions of the equations of motion, then the time-path obtained by adding these two sets of deviations together is also a solution of the equations of motion

Em outras palavras, o que o autor chama a atenção é o fato de que sistemas lineares mantêm suas características ao longo do tempo. Ou seja, se o sistema é linear, então não importa se o ponto inicial (de partida) do sistema encontra-se distante, próximo, ou muito próximo do seu ponto de equilíbrio, uma vez que o comportamento dele será o mesmo para ambas as situações. A diferença fica restrita, neste caso, a um escalar constante.

O importante é destacar que se o comportamento do sistema é conhecido quando os desvios em relação ao ponto de equilíbrio são pequenos, então pode-se mostrar precisamente como o ele vai se comportar quando estes forem de maior amplitude. Por exemplo, em um sistema linear onde o ponto de equilíbrio é instável, a tendência assumida por pequenos desvios é verdadeira também para médios e para grandes. Isso significa que, independentemente do tamanho dos mesmos, o sistema tende a “correr para o infinito”.

Deve-se considerar, contudo, que a definição de um sistema depende da natureza específica do mesmo. Neste sentido, a questão que se coloca é saber se o sistema econômico pode ser descrito como sendo estritamente linear. Como busca-se demonstrar a seguir, o sistema econômico tende a ser caracterizado por *relações não lineares*.

Para demonstrar esta preposição, considera-se um sistema linear que possui um ponto equilíbrio instável. Neste caso, matematicamente o valor assumido pelas variáveis tende ao um valor extremo (mais ou menos infinito). Entretanto, considerando o sistema econômico, esse resultado não pode alcançado. Isso porque, o valor assumido pelas variáveis em consideração não podem ultrapassar certas restrições; ou seja, para trajetórias crescentes, por exemplo, os valores assumidos devem respeitar certas limitações “naturais”, como a quantidade total de terras disponíveis, a quantidade total de trabalho, a quantidade de insumos, entre outras. Em outras palavras, para este caso as flutuações (ou o valor que estas variáveis assumem) não podem

ultrapassar um determinado “teto”. O mesmo é verdadeiro para o caso contrário, ou seja, flutuações decrescentes tendem um mínimo (piso), dado que é impossível, por exemplo, produzir quantidades negativas de bens, de insumos ou produzir com montantes negativos de terra.

Nesse sentido, *o requerimento de que em uma economia todas as quantidades e todos os preços devem ser não negativos leva, automaticamente e por consequência lógica, a conclusão de ela não pode atender ao mesmo tempo estes requisitos e ser estritamente linear*. Nas palavras de Blatt (1983, pág. 151) “it may be one or the other, but not both”.

Mais especificamente, o sistema econômico não pode ser caracterizado como linear porque as variáveis econômicas não podem assumir valores extremos, ou seja, fora de determinado intervalo. Entretanto, *“matematicamente falando”* se o sistema for instável as variáveis tendem a assumir valores cada vez maiores (ou menores) não ficando, portanto, definidas dentro de um “piso” e de um “teto”.

A questão que se coloca agora é porque então ao longo do tempo tem-se utilizado modelos lineares como representativos do sistema econômico⁴⁰? A primeira resposta a esta questão refere-se a conveniência matemática deste tipo de formalização. Ou seja, a grande vantagem de trabalhar com sistemas lineares é que o modelo matemático é descrito por um sistema de equações diferenciais (lineares) que são de fácil solução analítica. Já os modelos de sistemas não lineares são descritos por equações diferenciais não lineares, as quais são de difícil solução ou mesmo de solução impossível.

A segunda explicação pode ser encontrada a medida que, em certas circunstâncias, embora saiba-se que a melhor formalização de determinado ambiente é a não linear, a formalização desta a partir de relações lineares pode se apresentar como uma boa aproximação. Estas circunstâncias ocorrem principalmente quando o ponto de equilíbrio em sistemas lineares for estável. Ou seja, se o sistema é localmente estável e os desvios iniciais da condição de equilíbrio não são muito grandes, a aproximação linear do sistema de equações pode ser um tratamento inteiramente adequado.

Isso não significa dizer, conforme Blatt (1983), que modelos que resultam em equilíbrios instáveis devem ser considerados como falsos. Segundo o autor, a interpretação correta é de que, *“if a system shows local instability around the equilibrium path, then this system cannot be described adequately by any linear approximation to the system equations”* (1983, pág. 152). Ou seja, a teoria linear que leva a instabilidade local pode ser aceitável na vizinhança do ponto de equilíbrio e não deve ser rejeitada só porque apresenta este tipo de comportamento. Ao contrário, se a aproximação linear é instável, a teoria deve ser corrigida e melhorada, de tal forma a captar os efeitos não lineares existentes fora deste equilíbrio.

⁴⁰ A característica fundamental deste tipo de formalização é a idéia de que existe um ponto de equilíbrio para o qual converge o sistema. Essa característica, considerada como o “princípio organizador” das teorias econômicas até então, pode ser evidenciada como nas abordagens de Equilíbrio Geral de Walras, no Equilíbrio Parcial de Marshall e o no Modelo IS-LM de Hicks, dentre outras, que são importantes contribuições ao pensamento econômico contemporâneo elaborado a partir da interpretação do sistema econômico como um sistema linear.

Neste ponto, segundo Gandolfo (1997), cabe fazer uma distinção sobre a análise não linear puramente qualitativa e a análise não linear *específica*. Para o autor, na primeira análise simplesmente se conhece a função não linear genérica que esta relacionada com certas propriedades qualitativas existentes, tal como o sinal das derivadas parciais de primeira ordem. Ou seja, por exemplo, como supor que o consumo depende da renda nacional sendo, portanto, a derivada parcial positiva e menor que um. No segundo tipo de análise, admite-se uma relação não linear específica. Assim, neste caso não esta clara a teoria que justifica o porquê da não linearidade, e a escolha da mesma passa a ser frequentemente feita por conveniência (muitas vezes satisfaz o requerimento de certos teoremas que descrevem movimentos de interesse do pesquisador). Neste caso, essa formalização mostrar que certos movimentos são possíveis, não que o modelo é mais geral ou mais realístico do que o correspondente linear.

Com base nessa diferenciação, deve-se enfatizar que o uso da não linearidade no modelo a ser desenvolvido neste trabalho e sua posterior análise tem como referência a primeira definição. Ou seja, a não linearidade a ser empregada na construção do modelo esta amplamente baseada em implicações teóricas (serão apresentado no capítulo seguinte) que justificam este tipo de formalização. Nesse sentido, a análise que se pretende efetuar é puramente qualitativa. Entretanto, isso não significa dizer que o modelo não tenha que atender a determinadas especificações.

A fim de apresentar algumas destas especificações, a seção que se segue é desenvolvida nesse sentido. Mais especificamente, apresentam-se algumas propriedades e teoremas que caracterizam e definem os modelos ciclo-limite.

4.2 Os Modelos caracterizados como ciclo-limite: uma primeira definição⁴¹

O modelo a que se propõe desenvolver este trabalho caracteriza-se por ser um modelo *ciclo-limite*. Neste caso “ciclo” significa movimentos repetidos indefinidamente, enquanto que, a idéia de “limite”, ou de ciclo limite, esta associada ao fato de que o movimento descrito pelo sistema tende a ser parecido independente da condição inicial que se estabeleça como “ponto de partida”.

Esta classe de modelo tem por característica ser descrito por órbitas fechadas (Silveira, 1999; González Calvet, 1998). Mais especificamente, para que existam movimentos de caráter cíclico é necessário que um sistema descreva órbitas fechadas no plano de fases⁴². No entanto, esta trajetória pode ser caracterizada como estável - tal que, para condições iniciais perto dele, a trajetória de estado tende a aproximar-se do ciclo - ou instável, para o caso contrário. Em particular, do ponto de

⁴¹ Esta seção apresenta alguns aspectos mais gerais sobre os modelos caracterizados como ciclo-limite. O objetivo é apresentar os elementos essenciais ao entendimento desta classe de modelos, sem necessariamente recorrer à demonstração formal dos argumentos apresentados. Estes serão objeto da seção seguinte.

⁴² Plano de fases pode ser identificado como o gráfico do fluxo de um sistema, ou seja, a imagem das trajetórias no espaço de fases com indicação da direção de movimento do ponto "representativo". Órbita ou trajetória, neste caso, são todas as possíveis curvas de solução pertencentes às coordenadas do plano.

vista econômico, interessa os modelos com ciclos estáveis, onde as oscilações de amplitude e frequência tendem a manterem-se constantes, mesmo na presença de perturbações.

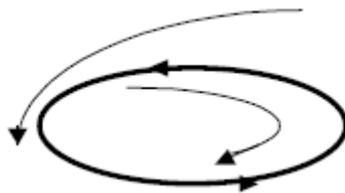
Formalmente, a definição de ciclo limite pode ser apresentada como:

Definição 1: Uma órbita fechada Γ é um *ciclo limite* se existem dois pontos em $X \subset \mathbb{R}^2$, um no interior de Γ e outro no exterior, tal que os conjuntos limite- α e limite- ω das semi-órbitas passando por estes dois pontos são a órbita fechada Γ (cf. Azariadis, pág. 136), ou ainda;

Definição 2: Um ponto $(x_1, x_2) \in X$ é um ponto limite- ω da órbita $\gamma(x^0)$ se existe uma seqüência crescente t_n tal que $\lim_{t_n \rightarrow \infty} \phi(t_n, x^0, \alpha) = (x_1, x_2)$. Analogamente, um ponto $(x_1, x_2) \in X$ é um ponto limite- α se existe uma seqüência decrescente t_n tal que $\lim_{t_n \rightarrow \infty} \phi(t_n, x^0, \alpha) = (x_1, x_2)$, (apresentada em Hale e Koçak - 1991, p. 183 - e Hirsch e Smale -1974, p. 198 -).

Ressalta-se, no entanto, que para que os ciclos existam é necessário que se cumpram algumas propriedades dinâmicas. A primeira delas está associada ao fato de que os equilíbrios devem ser instáveis e a segunda, em complemento à primeira, diz que esta estabilidade deve ser contida dentro de certos limites. Em outras palavras, o sistema deve ser globalmente estável e os equilíbrios localmente instáveis. A figura a seguir busca ilustrar essa condição:

Figura 4.1: Diagrama de Ciclo Limite



A análise de estabilidade, por sua vez, se realiza mediante uma aproximação linear que só é válida mediante certas condições e para regiões próximas ao ponto de equilíbrio. Esta aproximação se realiza mediante uma *expansão de Taylor* e é representada pela matriz jacobiana do sistema, uma vez que cada elemento desta matriz expressa em separado qual é o efeito de uma mudança infinitesimal de cada variável sobre o movimento de si mesma e de cada uma das demais variáveis. Dessa forma, basta conhecer as propriedades da matriz jacobiana calculada no ponto de equilíbrio para conhecer o comportamento dinâmico qualitativo do sistema em torno deste equilíbrio.

Matematicamente, Segundo Gandolfo (1996), as condições de existência dos ciclos limite está associada à demonstração do teorema de *Poincaré-Bendixon*. A validade deste teorema exige não apenas que o traço e o determinante da matriz jacobiana sejam positivos, mas também que, primeiramente, como condição necessária (embora não suficiente) que o traço da matriz jacobiana

não seja constante na região onde o ciclo esta situado (critério negativo de Bendixson)⁴³. Isso só irá acontecer quando o sinal de um ou mais elementos dessa matriz puder ser alterado em função do valor assumido pelas variáveis endógenas do modelo ao longo de suas trajetórias dinâmicas. A condição suficiente, por sua vez, requer que exista uma região anular D (ou seja, um domínio finito no plano de fases) que não contenha o equilíbrio (mas o envolva) e para qual convirjam todas as órbitas.

Em outras palavras, uma das condições necessárias para a existência de *um ciclo limite* é que o ponto fixo localizado no interior de uma órbita fechada seja instável, mas não seja uma trajetória de sela (cf. Lorenz, 1994, p.94). Por outro lado, dado o caráter auto-contido (limitado) da instabilidade no caso de um ciclo limite, é necessário que o equilíbrio seja *globalmente estável*, isto é, deve existir um conjunto fechado ζ - que circunde o equilíbrio sem o conter – tal que nos limites desse conjunto todas as trajetórias se movam para o interior do mesmo (*Ibid*, p.94). Com base no *critério de Bendixson*, essas condições só poderão ser atendidas no caso em que o traço da matriz Jacobiana, associada ao sistema de equações diferenciais (2x2) que governa a dinâmica da economia, não for constante (cf. Azariadis, 1993). Sendo assim, a obtenção de uma trajetória cíclica exige a incorporação de variáveis que tornem instável (localmente) a posição de equilíbrio, mas de uma forma com que essa instabilidade seja limitada, não dando origem a comportamentos explosivos para as variáveis macroeconômicas (Oreiro, 2006a).

Nesse sentido, o que se segue é o enunciado dos teoremas anteriormente explicitados que constituem condição necessária e suficiente para a existência no sistema de um comportamento dinâmico caracterizado como ciclo – limite (uma análise mais formal será apresentada na seção seguinte).

Os critérios que garantem que o sistema *não* pode exibir ciclos-limite podem ser assim definidos:

a) Critério da negatividade para a existência de ciclos limite: Se o sistema não possui um ponto singular (um ponto fixo), então ele não pode ter um ciclo limite. Esse critério da negatividade é mais famoso como;

b) Critério da negatividade de Bendixson: Dado o sistema formado pelas seguintes equações:

$$(b.1) \frac{dy_1}{dt} = \varphi_1(y_1, y_2) , (b.2) \frac{dy_2}{dt} = \varphi_2(y_1, y_2)$$

se a expressão (b.3) $\partial\varphi_1/\partial y_1 + \partial\varphi_2/\partial y_2$ não mudar de sinal na região D no plano de fases, então não existem trajetórias fechadas em D .

⁴³ Nas palavras de Gandolfo (1997, pág. 438): “Hence the trace must change its sign in the region where the limit cycles lies”.

Observe que a expressão (b.3) é simplesmente o traço da matriz jacobiana do sistema. Nesse sentido, este passa a exercer um importante papel no critério para a obtenção de ciclos-limites. Para explicar este ponto, segue o seguinte raciocínio: inicialmente, sabe-se que para obter-se movimentos periódicos é necessário que o sistema possua raízes complexas. Sabe-se também, que se o traço da matriz jacobiana for zero, o ponto singular do sistema é um centro que, por sua vez, é uma trajetória fechada. Entretanto, se o objetivo é obter um ciclo limite, é necessário que as espirais converjam para a órbita. Para tanto, é necessário que as espirais internas diverjam do ponto singular, o que requer que o traço da matriz seja negativo. Por outro lado, as espirais externas devem convergir para a órbita e, portanto, o traço deve ser positivo. Logo, para que exista um ciclo-limite, o traço da matriz deve mudar de sinal na região do ciclo.

A *condição suficiente* para que exista um ciclo limite é dado pelo seguinte teorema:

c) Teorema de Poincaré - Bendixson: pode ser descrito da seguinte maneira: existe um conjunto invariante, compacto, conectado e não vazio, onde está contido o equilíbrio A (instável) e nenhum outro equilíbrio estável (apresentado em González Calvet; 1999, e Azariadis; 1993, pág. 137). Ou ainda, segundo Gandolfo (1997; pág 438):

Let D indicate the finite domain in the phase plane, contained between two closed curves C_1 e C_2 . Then, se (1) in D and on C_1 e C_2 no singular points exist, and (2) the integral curves passing through the points of C_1 e C_2 penetrate in D all for t increasing or for t decreasing, then D contains at least one limit cycle.

Em síntese, destacam-se os seguintes pontos relevantes sobre os ciclos-limites:

- i) Ciclos limite são movimentos periódicos de tal forma que o sistema deve envolver raízes complexas;
- ii) Para um ciclo ser estável, as trajetórias que partem do interior do mesmo devem divergir do ponto singular. Isso ocorre se o traço da matriz jacobiana do sistema for positivo. Além disso, as trajetórias que partem do exterior do ciclo devem convergir para a órbita fechada, o que requer que o traço da matriz seja positivo;
- iii) O ponto (ii) mostra que, para que exista um ciclo limite estável, o traço da matriz mude de sinal na região em que o ciclo ocorre;
- iv) O teorema de Poincaré-Bendixson somente é válido no espaço bidimensional; Os ciclos limite contidos em D devem se alterar como estável e instável. No entanto, se existir um único ciclo limite este é necessariamente estável (Gandolfo; 1997, pág. 438).
- v) O movimento final do ciclo-limite não depende de como o sistema parte inicialmente. Aliás, esse mesmo resultado é aproximado para um grande número de diferentes condições;

- vi) O movimento mantém-se propriamente intacto, mas não é um equilíbrio estável. É um movimento estável, mas não um ponto estável;
- vii) O movimento é fixo em escala, a qual tem que ser consistente com as equações de movimento do sistema; (Blatt; 1983, pág. 155).

Matematicamente, a demonstração dos modelos caracterizados como ciclo limite está associado a algumas definições e demonstrações (teoremas) que estabelecem as condições necessárias para que a trajetória dinâmica do mesmo seja assim caracterizada. A seção que se segue busca apresentar sucintamente esta teoria.

4.3 Os Modelos Caracterizados como Ciclo-Limite: implicações matemáticas⁴⁴

Antes de apresentar especificamente os modelos caracterizados como ciclo limite, faz-se necessário apresentar-se uma breve revisão de alguns conceitos e resultados básicos sobre sistemas dinâmicos. Mais especificamente, busca-se apresentar alguns conceitos e definições necessárias ao entendimento do que esta sendo proposto.

Nesse sentido, esta seção encontra-se dividida em três partes. Na primeira delas, caracteriza-se um modelo dinâmico e as possíveis soluções deste sistema no que se refere à estabilidade do ponto de equilíbrio. Em seguida, considerando que os sistemas não lineares são de difícil solução analítica, apresenta-se a análise de estabilidade feita a partir de uma *expansão de Taylor* (de primeira ordem). Neste caso, buscará se demonstrar que esta abordagem somente é válida se algumas restrições forem atendidas. Por fim, apresentam-se as formalizações matemáticas que garantem a existência dos ciclos limite.

4.3.1 Noções preliminares

Para se estudar a evolução de um sistema econômico no decorrer do tempo, deve-se escolher certas variáveis que sejam consideradas relevantes na caracterização do *estado* deste sistema. Além disso, é necessário determinar os componentes fundamentais do mecanismo que governa a evolução do mesmo.

Simplificadamente, para efetuar-se a análise considera-se que um sistema econômico possa ser descrito por duas variáveis e que estas sejam mensuráveis, contínuas e assumam valores reais. Estas variáveis são denominadas *variáveis de estado*. Neste caso, o estado de um sistema econômico num determinado ponto do tempo pode ser descrito pelo seguinte *vetor de estado*:

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

⁴⁴ Seção baseada principalmente em Silveira (1999) e Azariadis (1993).

O conjunto de todos os vetores de estado que o sistema pode assumir é denominado *espaço de estados*, denotado por X . Dado que as variáveis de estado assumem somente valores reais, então $X \subset \mathfrak{R}^2$.

Segundo Silveira (1999), a evolução do sistema econômico é dada por uma *função de transição de estado* (ou *fluxo do sistema*) $\phi: X \times J \times \mathfrak{R}^p \rightarrow X$. Esta função especifica um vetor de estado para um dado tempo $t \in J \subset \mathfrak{R}$, uma dada *condição inicial* $x^0 \equiv (x_1^0, x_2^0) \equiv [x_1(t_0), x_2(t_0)] \in X$ e um dado *vetor de parâmetros*⁴⁵ $\alpha \in \mathfrak{R}^p$.

A partir dessa caracterização, é possível definir um sistema dinâmico bidimensional parametrizado, tal como segue:

Definição 4.1: Um *sistema dinâmico bidimensional* parametrizado em \mathfrak{R}^n é um par (X, Φ) onde $\Phi: X \times \mathfrak{R} \times \mathfrak{R}^p \rightarrow X$ é a regra que descreve o estado corrente da função no tempo, a posição inicial e os parâmetros; e o espaço de estado X é um subconjunto de \mathfrak{R}^n que contém todos os possíveis estados do sistema (cf. Azariadis, 1993, pág 06).

Na maioria das aplicações, dado que a função de transição de estado não é conhecida, o que se tem disponível é um sistema de EDO's que definem implicitamente esta a função. Neste caso, considerando um sistema de EDO's bidimensional, tem-se que:

$$\begin{aligned} G_1(x_1, x_2; \dot{x}_1, \ddot{x}_1, \dots, x_1^{(m)}, \dot{x}_2, \ddot{x}_2, \dots, x_2^{(n)}; t; \alpha) &= 0 \\ G_2(x_1, x_2; \dot{x}_1, \ddot{x}_1, \dots, x_1^{(m)}, \dot{x}_2, \ddot{x}_2, \dots, x_2^{(n)}; t; \alpha) &= 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

onde $\dot{x}_i \equiv dx_i/dt$, $\ddot{x}_i \equiv d^2x_i/dt^2$ e $x_i^{(j)} \equiv d^jx_i/dt^j$ com $i = 1, 2$ e $j = m, n$.

Observe que o sistema dinâmico definido implicitamente por (4.2) apresenta o tempo como argumento separado nas EDO's e, portanto, é definido como um sistema não autônomo (Shone, 2002).

Reescrevendo o sistema (4.2) na forma explícita;

$$\begin{aligned} x_1^{(m)} &= g_1(x_1, x_2; \dot{x}_1, \ddot{x}_1, \dots, x_1^{(m-1)}, \dot{x}_2, \ddot{x}_2, \dots, x_2^{(n)}; t; \alpha) \\ x_2^{(n)} &= g_2(x_1, x_2; \dot{x}_1, \ddot{x}_1, \dots, x_1^{(m)}, \dot{x}_2, \ddot{x}_2, \dots, x_2^{(n-1)}; t; \alpha) \end{aligned} \quad (4.3)$$

A seguir, a partir de (4.3), trabalha-se com um sistema de EDO's autônomas bidimensionais de primeira ordem⁴⁶, o qual pode ser escrito como:

⁴⁵ Segundo o autor, este conjunto de parâmetros sintetiza as características estruturais (que permanecem fixas durante o período de análise) do sistema e/ou representa variáveis de política econômica.

⁴⁶ Um sistema dinâmico é de primeira ordem se as EDO's que o formam são de primeira ordem, ou seja, em cada EDO a derivada de mais alta ordem é a derivada primeira. O estudo dos sistemas autônomos de primeira ordem não é tão restritivo quanto parece à primeira vista, uma vez que EDO's de ordem maior podem também ser reduzidas a um sistema de primeira ordem.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2; \alpha) \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2; \alpha) \end{aligned} \quad \text{ou} \quad \dot{x} = f(x; \alpha) \quad (4.4)$$

onde: $\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}$ e $f(x; \alpha) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2; \alpha) \\ f_2(x_1, x_2; \alpha) \end{bmatrix}$.

Adicionando uma condição inicial x^0 ao sistema descrito por (4.4) e resolvendo-o, deve-se achar uma função $\phi: J \rightarrow X$ que satisfaça, juntamente, o sistema e a condição inicial, para um dado vetor de parâmetros α . Esta solução é denominada *solução definida* ou *trajetória* do sistema. Formalmente:

Definição 4.2: A *solução definida* de (4.4) é uma função diferenciável $\phi: J \rightarrow X$ definida em algum intervalo $J \subset \mathfrak{R}$ tal que para todo $t \in J$, $t_0 \in J$ e $x^0 \in X$:

$$\dot{\phi}(t) \equiv \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1(t) \\ \dot{\phi}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2; \alpha) \\ f_2(x_1, x_2; \alpha) \end{bmatrix} \text{ e } \phi(t_0) \equiv \begin{bmatrix} \phi_1(t_0) \\ \phi_2(t_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^0 \\ x_2^0 \end{bmatrix} \quad (\text{cf. Hirsch e Smale, 1974})$$

apud Silveira (1999, pág. 28))

A existência e unicidade da solução encontrada, quando se estabelece uma condição inicial ao sistema descrito por (4.4), é garantida supondo que $f \in C^1$, ou seja, que as funções f_1 e f_2 sejam contínuas e possuam derivadas de primeira ordem contínuas⁴⁷. Segue da propriedade de unicidade que, se uma solução definida de (4.4) passa num ponto qualquer $x^0 \in X$, nenhuma outra trajetória pertencente ao fluxo deste sistema pode passar neste ponto. Logo, se um ponto pertence a uma trajetória ele não pertence a qualquer outra trajetória do sistema e, conseqüentemente, as soluções definidas de um sistema nunca se cruzam (Silveira, 1999).

Nesse sentido, a solução encontrada para o sistema (4.4) será uma *solução estacionária* se o sistema permanecer neste estado desde que não seja perturbado por forças exógenas. Mais especificamente, o ponto estacionário pode ser definido como⁴⁸:

Definição 4.3: (x_1^*, x_2^*) é um *ponto de equilíbrio* (*ponto fixo* ou *ponto estacionário*) do sistema (4.4) se $f_1(x_1^*, x_2^*) = f_2(x_1^*, x_2^*) = 0$.

Por fim, deve-se conhecer a reação de um sistema quando este é deslocado de sua posição de equilíbrio. Ou seja, qual é o comportamento assumido pela trajetória do sistema dinâmico ao longo do tempo após este ser sofrido algum tipo de perturbação. Para tanto, deve-se efetuar a análise de estabilidade de um estado estacionário (ponto de equilíbrio).

⁴⁷ A prova detalhada desta asserção pode ser encontrada em Hirsch e Smale (1974, cap. 8).

⁴⁸ As definições que se seguem no final desta seção são encontradas em Azariadis (1993, pág. 11 e 12)

Segundo Azariadis (1993, pág. 12), um ponto de equilíbrio (x_1^*, x_2^*) é *estável* quando trajetórias que iniciam na sua vizinhança permanecem próximas a este; sendo *instável* em caso contrário. Além disso, deve-se considerar que quando as trajetórias não só permanecem próximas, mas também tendem ao ponto de equilíbrio, este passa a ser classificado como *assintoticamente estável*. As definições precisas são dadas a seguir:

Definição 4.4: (x_1^*, x_2^*) é um ponto de equilíbrio *estável* (*neutralmente estável*) do sistema (4.4) se para qualquer $\varepsilon > 0$ existe um $\delta > 0$ tal que $\|\phi(t_0, x^0, \alpha) - (x_1^0, x_2^0)\| < \delta$ implica que $\|\phi(t, x^0, \alpha) - (x_1^*, x_2^*)\| < \varepsilon$ para todo $t \geq t_0$.

Definição 4.5: (x_1^*, x_2^*) é um ponto de equilíbrio *instável* do sistema (4.4) se não é estável.

Definição 4.6: (x_1^*, x_2^*) é um ponto de equilíbrio *assintoticamente estável* do sistema (4.4) se é estável e existe um $\delta > 0$ tal que $\|\phi(t_0, x^0, \alpha) - (x_1^0, x_2^0)\| < \delta$ implica que $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\phi(t, x^0, \alpha) - (x_1^*, x_2^*)\| = 0$.

Deve-se considerar ainda, que o sistema (4.4) pode ser classificado como linear ou não linear. Neste caso, se as funções f_1 e f_2 são lineares nas variáveis de estado x_1 e x_2 , então o sistema é definido como linear. Se esta condição não é satisfeita, o sistema é chamado de não-linear.

O interesse deste trabalho recai sobre os sistemas dinâmicos não lineares, que são onde se origina as trajetórias que caracterizam os modelos classificados como modelos ciclo limite. Destaca-se que, ao contrário dos modelos lineares para os quais já existe uma teoria amplamente difundida capaz de mapear e estudar o comportamento dos sistemas de EDO's, estes modelos são de difícil resolução (solução analítica) ou mesmo de solução impossível. Neste caso, a fim de contornar estas dificuldades, as análises efetuadas sobre estes sistemas recorrem à técnica da linearização. Mais especificamente, lineariza-se o sistema de EDO's em torno de sua posição de equilíbrio, uma vez que os resultados do modelo linear neste caso são conhecidos.

4.3.2 Análise de estabilidade em Sistemas dinâmicos não-lineares

Considerando o sistema descrito por (4.4), suponha que exista um ponto de equilíbrio (x_1^*, x_2^*) . Uma *aproximação linear* em torno deste ponto é obtida por uma *expansão de primeira ordem da série de Taylor*, tal como segue:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(x_1 - x_1^*) &= f_1(x_1^*, x_2^*) + \frac{\mathcal{F}_1(x_1^*, x_2^*)}{\hat{\alpha}_1}(x_1 - x_1^*) + \frac{\mathcal{F}_1(x_1^*, x_2^*)}{\hat{\alpha}_2}(x_2 - x_2^*) \\ \frac{d}{dt}(x_2 - x_2^*) &= f_2(x_1^*, x_2^*) + \frac{\mathcal{F}_2(x_1^*, x_2^*)}{\hat{\alpha}_1}(x_1 - x_1^*) + \frac{\mathcal{F}_2(x_1^*, x_2^*)}{\hat{\alpha}_2}(x_2 - x_2^*)\end{aligned}\quad (4.5)$$

Tem-se que $d(x_i - x_i^*)/dt = \dot{x}_i$ com $i = 1, 2$. Pela definição (4.1) $f_1(x_1^*, x_2^*) = f_2(x_1^*, x_2^*) = 0$.

Definindo-se $\frac{\partial}{\partial x_j} f_i(x_1^*, x_2^*) \equiv f_{ij}(x_1^*, x_2^*)$ com $i, j = 1, 2$ chega-se a:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11}(x_1^*, x_2^*) & f_{12}(x_1^*, x_2^*) \\ f_{21}(x_1^*, x_2^*) & f_{22}(x_1^*, x_2^*) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 - x_1^* \\ x_2 - x_2^* \end{bmatrix}\quad (4.6)$$

O sistema (4.6) é denominado sucintamente de *linearização* do sistema (4.4). A matriz de derivadas parciais avaliadas num ponto de equilíbrio será chamada *matriz jacobiana da linearização*, denotada por $Df(x^*)$.

Nesse sentido, um ponto de equilíbrio hiperbólico de (4.4) é definido a partir da matriz jacobiana da linearização, a saber⁴⁹:

Definição 4.7: (x_1^*, x_2^*) é um ponto de equilíbrio *hiperbólico* (ou *não-degenerado*) do sistema (4.4) se para os autovalores λ_1 e λ_2 de $Df(x^*)$ tem-se que $\text{Re}(\lambda_1) \neq 0$ e $\text{Re}(\lambda_2) \neq 0$. Um ponto de equilíbrio é *não-hiperbólico* (*elíptico* ou *degenerado*) se $\text{Re}(\lambda_1) = 0$ ou $\text{Re}(\lambda_2) = 0$ ⁵⁰.

Neste caso, deve-se fazer uma observação quando ao uso da técnica da linearização. Esta deve ser usada tão somente quando os sistemas (4.4) e (4.5) possuem dinâmicas com propriedades qualitativas semelhantes, ou seja, quando existe uma *equivalência topológica* (*equivalência de fluxos*) entre eles. Formalmente;

Definição 4.8: Suponha que em (4.4) $f \in C^1$. Seja $\dot{x} = g(x)$ um sistema de EDO's bidimensional definido em um conjunto aberto $U \subset \mathbb{R}^2$ com $g \in C^1$. Este sistema e o sistema (4.4) são *topologicamente equivalentes* se existe um homeomorfismo $h: X \rightarrow U$ que

⁴⁹ Definição encontrada em Hale e Koçak (1991, p. 301) e Hirsch e Smale (1974, p. 187).

⁵⁰ Em outras palavras, quando um dos autovalores da equação característica tem a parte real (denotada por *Re*) nula, tem-se um caso degenerado. Neste caso o ponto de equilíbrio é denominado *elíptico* e em caso contrário *hiperbólico*. Observe que, a *não-hiperbolicidade* de um ponto de equilíbrio está relacionada à presença de *bifurcações*. Estas podem ser entendidas como mudanças na quantidade de pontos de equilíbrio e/ou mudanças nas características qualitativas do diagrama de fases de um sistema quando ocorre uma perturbação em pelo menos um parâmetro deste.

mapeia órbitas de f em órbitas de g preservando o sentido da direção no tempo, ou seja, suas orientações⁵¹ (cf. Hale e Koçak (1991) e Hirsch e Smale (1974)).

O teorema a seguir estabelece a condição na qual esta equivalência ocorre:

Teorema 4.1: (*Hartman-Grobman*) Suponha que o sistema (4.4) tem um ponto de equilíbrio (x_1^*, x_2^*) hiperbólico. Então, na vizinhança $V((x_1^*, x_2^*), \varepsilon)$ de (x_1^*, x_2^*) o sistema (4.4) é topologicamente equivalente à sua linearização dada por (4.5).

Prova: Enunciado sem prova em Azariadis (1993, p. 59) teorema 6.1 e Hale e Koçak (1991, p. 301) teorema 9.35.

4.3.3 Trajetórias periódicas e órbitas fechadas: os modelos ciclo limite

As trajetórias (soluções definidas) são denominadas *periódicas* quando o sistema passa pelo mesmo estado em intervalos de tempo regulares, ou seja⁵²:

Definição 4.9: Uma trajetória $\phi(t, x^0, \alpha)$ de (4.4) é *periódica* se $\phi(t, x^0, \alpha)$ não é constante (isto é, não é uma trajetória periódica trivial) e existe um $T > 0$ tal que $\phi(t + T, x^0, \alpha) = \phi(t, x^0, \alpha)$ para todo $t \in J \subset \mathbb{R}$. O menor $T > 0$ tal que $\phi(t + T, x^0, \alpha) = \phi(t, x^0, \alpha)$ para todo $t \in J \subset \mathbb{R}$ chama-se o *período* da trajetória $\phi(t, x^0, \alpha)$.

A imagem da função $\phi(t, x^0, \alpha)$, ou seja, o desenho traçado pela trajetória no plano de fases é denominada *órbita* que passa pelo ponto x^0 . Por sua vez, o desenho traçado pela trajetória $\phi(t, x^0, \alpha)$ no plano de fases quando o tempo flui no sentido crescente a partir de um dado t_0 é chamado *semi-órbita positiva*; formalmente⁵³:

Definição 4.10: Uma *órbita* passando pelo ponto x^0 é o conjunto $\gamma(x^0) = \{\phi(t, x^0, \alpha) : t \in J \subset \mathbb{R}\}$. Uma *semi-órbita positiva* (ou *órbita positiva*) passando por x^0 é o conjunto $\gamma^+(x^0) = \{\phi(t, x^0, \alpha) : t \in J \subset \mathbb{R} \text{ e } t \geq t_0\}$.

Quando uma trajetória desenha uma *curva fechada simples* no plano de fases dá-se um nome especial a esta órbita, a saber, *órbita fechada* ou *ciclo*, mais precisamente:

⁵¹ **Definição:** Se M e N são espaços métricos uma função $\psi: M \rightarrow N$ é chamada um *homeomorfismo* se, e somente se, ψ é bijetora e ψ e sua inversa ψ^{-1} são contínuas (apresentada em Silveira, 1999, pág. 36).

⁵² Definição encontrada em Azariadis (1993, p. 136) e Hale e Koçak (1991, p. 179).

⁵³ Definição fundamentada em Hale e Koçak (1991, p. 178).

Definição 4.11: Quando a órbita $\gamma(x^0) = \{\phi(t, x^0, \alpha) : t \in J \subset \mathfrak{R}\}$ é homeomorfa a um círculo unitário $S^1 = \{(x_1, x_2) \in \mathfrak{R}^2 / x_1^2 + x_2^2 = 1\}$ do plano euclidiano esta é chamada **órbita fechada (ciclo)**, ou seja, uma órbita fechada é uma curva fechada simples ou curva de Jordan.

O seguinte lema fornece uma conexão importante entre *trajetórias periódicas* e *órbitas fechadas* em sistemas dinâmicos autônomos:

Lema 2.1: Uma órbita periódica do sistema (4.4) corresponde a uma órbita fechada no plano de fases e uma órbita fechada corresponde a uma trajetória periódica.

Prova: Verhulst (1996, p. 14) *apud* Silveira (1999, pág 40).

Um *ciclo limite* de (4.4) é um tipo especial de trajetória periódica, a saber, aquela que gera uma órbita fechada no plano de fases para onde converge o fluxo (conjunto de soluções definidas) de (4.4). Com a definição (4.5) o termo *ciclo* já está precisamente definido, resta agora tornar preciso o termo *limite*, o qual obviamente está diretamente relacionado à idéia de convergência. A definição de ciclo limite pode ser construída a partir das seguintes definições⁵⁴:

Definição 4.12: Um ponto $(x_1, x_2) \in X$ é um **ponto limite- ω** da órbita $\gamma(x^0)$ se existe uma seqüência crescente t_n tal que $\lim_{t_n \rightarrow \infty} \phi(t_n, x^0, \alpha) = (x_1, x_2)$. Analogamente, um ponto $(x_1, x_2) \in X$ é um **ponto limite- α** se existe uma seqüência decrescente t_n tal que $\lim_{t_n \rightarrow -\infty} \phi(t_n, x^0, \alpha) = (x_1, x_2)$.

Definição 4.13: O conjunto de todos os pontos limite- ω (pontos limite- α) é denominado **conjunto limite- ω** $\omega(x^0)$ (**conjunto limite- α** $\alpha(x^0)$) de $\gamma(x^0)$. O termo **conjunto limite** será utilizado tanto para $\omega(x^0)$ como para $\alpha(x^0)$.

Segundo Silveira (1999), o exemplo mais simples de um conjunto limite é um ponto de equilíbrio assintoticamente estável. Logo, um ciclo limite também é um conjunto limite, mais precisamente⁵⁵:

Definição 4.14: Um **ciclo limite** de (4.4) é uma órbita fechada Γ tal que $\Gamma \subset \omega(x^0)$ ou $\Gamma \subset \alpha(x^0)$ para algum $x^0 \notin \Gamma$. No primeiro caso Γ é chamada um **ciclo limite- ω** e no segundo um **ciclo limite- α** .

⁵⁴ Definição encontrada em Azariadis (1993, p. 104), Hale e Koçak (1991, p. 183) e Hirsch e Smale (1974, p. 198).

⁵⁵ Definição encontrada em Hirsch e Smale (1974, p. 250).

Um ciclo limite é, portanto, uma *órbita fechada* no plano de fases que é um *conjunto limite*. Uma forma alternativa de definir um ciclo limite, é dada por:

Definição 4.15: Uma órbita fechada Γ de (4.4) é um *ciclo limite* se existem dois pontos em $X \subset \mathfrak{R}^2$, um no interior de Γ e outro no exterior, tal que os conjuntos limite- α e limite- ω das semi-órbitas passando por estes dois pontos são a órbita fechada Γ .

Conforme mencionado anteriormente, a resolução de sistemas lineares e demonstração de existência de um ciclo limite são tarefas que podem revelar-se bastante complicadas e até mesmo impossíveis de serem realizadas. Felizmente, existem teoremas que estabelecem critérios para a avaliação da existência de ciclos limites em sistemas de EDO's autônomos bidimensionais sem a necessidade de se ter soluções explícitas destes. O pilar deste conjunto de teoremas é o chamado *Teorema de Poincaré-Bendixson*. Além disso, o desenvolvimento de programas computacionais tem permitido inserir-se na análise este tipo de formalização, uma vez que através deles a obtenção de plano de fases (vetor de força) auxilia na identificação deste tipo de modelagem.

Contudo, antes de enunciar o *Teorema de Poincaré-Bendixson*, é esclarecedor enunciar um outro teorema que mostra os possíveis conjuntos limites do sistema (4.4), tal como segue:

Teorema 2.2. Suponha que o sistema (4.4) tenha um número finito de pontos de equilíbrio. Se $\gamma(x^0)$ é limitada, então uma das seguintes alternativas é verdadeira: (i) $\omega(x^0)$ é um único ponto de equilíbrio x^* assintoticamente estável; (ii) $\omega(x^0)$ é uma órbita fechada Γ e $\gamma^+(x^0) = \omega(x^0) = \Gamma$ ou $\gamma^+(x^0)$ espirala em direção a Γ quando $t \rightarrow \infty$; (iii) $\omega(x^0)$ consiste de pontos de equilíbrio e órbitas cujos conjuntos limite- α e limite- ω são pontos de equilíbrio.

Prova: Enunciado sem prova em Azariadis (1993, p. 137) teorema A.16 e Hale e Koçak (1991, p. 366) teorema 12.1.

Conforme destacou Silveira (1999), o *Teorema Poincaré-Bendixson* que estabelece condições suficientes para a existência de um ciclo limite no sistema (4.4), é um resultado natural derivado do teorema 2.1. Se uma órbita limitada tem um conjunto limite que não possui qualquer ponto de equilíbrio, então os casos (i) e (iii) são descartados. Logo, o conjunto limite da referida órbita é um ciclo limite. Este teorema pode ser enunciado como segue:

Teorema 2.3: (*Teorema Poincaré-Bendixson*) Suponha que em (4.4) $f \in C^1$. Se o conjunto limite $\omega(x^0)$ de (4.4) é limitado, fechado, não-vazio e não contém qualquer ponto de equilíbrio, então $\omega(x^0)$ é uma órbita fechada.

Prova: Hirsch e Smale (1974, p. 248), teorema não numerado. Enunciado sem prova em Azariadis (1993, p. 137) teorema A.16 e Hale e Koçak (1991, p. 367) teorema 12.5.

Neste caso, se o sistema satisfizer este teorema, garante-se que o mesmo exibe um ciclo limite. Observe, contudo, que isso não garante a unicidade do ciclo, ou seja, a satisfação do teorema não estabelece que o modelo tenha apenas um ciclo limite, sendo possível a existência de vários ciclos em um mesmo sistema.

A seguir, apresenta-se uma aplicação deste tipo de formalização em teoria econômica. Mais especificamente, apresenta-se um modelo que caracteriza-se por ter uma dinâmica definida pela abordagem anterior.

4.3 Uma aplicação Econômica: O modelo de Jacsulik (1989)

Este modelo é estruturado tendo em vista incluir na análise a influência da moeda e do crédito – considerados endógenos - na acumulação. Mais especificamente, busca-se mostrar que a interação entre a acumulação de capital e acumulação financeira é capaz de gerar crescimento cíclico. Para tanto, o autor efetua a sua análise a partir de um modelo com economia fechada. A formalização e as hipóteses do modelo são as que se seguem.

Inicialmente, considerando Y como o valor da renda e K como o valor real do estoque de capital, é possível definir a seguinte relação (multiplicador Kaleckiano);

$$Y = m g K \tag{4.7}$$

onde g é a taxa de acumulação, e $m = \frac{1}{(1-w)}$, onde w é a participação do salário na renda,

considerado neste modelo, por hipótese, como constante. Além disso, o autor assume que a taxa de acumulação deve ser igual à taxa de lucro⁵⁶.

Ao fazer uso da equação (4.7) o autor chama a atenção para alguns determinantes de g . Neste ponto, o autor baseia-se nas idéias de Kalecki (1971). Segundo este, existe basicamente duas limitações para a acumulação de capital: i) o valor do capital existente nas firmas; e, ii) a existência de riscos crescentes. O valor do capital limita a acumulação porque o financiamento interno depende das garantias que são apresentadas pelas firmas, neste caso, os (valor) ativos de capital,

⁵⁶ Segundo o autor, enquanto ignora-se o comportamento da participação da renda sobre o ciclo, esta simplificação permite que no modelo se isole as contribuições dos fatores financeiros. Observe, contudo, que implicitamente o que o autor propõe é de a propensão a poupar a partir dos lucros é igual à unidade. Como será visto na sequência do texto, isso surge em consequência das dificuldades encontradas pelas empresas para financiar a acumulação de capital.

estabelecendo, portanto, os limites para os empréstimos. Por outro lado, a acumulação também é limitada pela existência de riscos de que a expansão da capacidade em relação ao capital existente, possa ser não lucrativa, ou mesmo causar perdas. Se a parcela de empréstimos – que financiou esta ampliação da capacidade - for significativa, falhas no investimento podem levar as firmas a falência. Nesse sentido, a existência de ambos os fatores faz com que os lucros correntes sejam um determinante importante na possibilidade de acumulação.

Buscando incorporar os argumentos anteriormente apresentados na análise, o autor define uma taxa de acumulação desejada, dada por;

$$g^d = a + b^* g - c r \quad (4.8)$$

onde: g^d é a taxa de acumulação desejada; r a taxa de juros; e, a , b^* e c são constantes positivas. O valor positivo de a reflete um período “normal” da economia capitalista, onde no longo prazo a perspectivas de lucros são suficientemente seguras que, mesmo que a taxa corrente de lucros diminua e a taxa de juros cresça, haverá o desejo de expandir o estoque de bens de capital. O termo g , por sua vez, representa a influência da lucratividade. Neste caso, como a participação dos lucros na renda é constante, admite-se que o mesmo deva ser igual à taxa de crescimento.

Logo, variações em g podem ser representadas pela seguinte estrutura de ajustamento parcial;

$$\dot{g}/g = n(g^d - g) \quad \text{onde } n \text{ é uma constante positiva.} \quad (4.9)$$

Dado o valor de $b^* > 1$, e assumindo que $n = 1$, é possível reescrever a equação (4.9) como segue:

$$\dot{g} = g(a + b g - c r) \quad \text{onde } b = b^* - 1 > 0 \quad (4.10)$$

Entretanto, o autor chama a atenção para o fato de que a equação (4.10) ser uma representação inadequada dos determinantes de g , pois a mesma implica que qualquer taxa de acumulação é possível. Para tanto, o autor leva em consideração a capacidade limitada das firmas, e inclui um termo negativo g^2 na equação, a fim de incluir este argumento, de tal forma a obter;

$$\dot{g} = g(a + b g - c r - d g^2) \quad (4.11)$$

que garante um limite superior a taxa de acumulação, ou seja, existe um valor máximo para g tal que $\dot{g} > 0$. Observe que, quando g assume valores superiores ao valor máximo, \dot{g} passa a assumir valores negativos.

Por fim, o setor financeiro é adicionado ao modelo. Este setor é composto pelo Banco Central, pelos bancos comerciais e pelas firmas. Supõe-se que os bancos comerciais vão definir a oferta real de crédito de acordo com os seguintes fatores: i) a oferta de reservas provida por parte do

Banco Central; ii) a taxa de juros que podem auferir sobre os empréstimos; iii) o risco envolvido em fazer estes empréstimos; e, iv) as restrições legais e institucionais que se aplicam sobre a utilização das reservas. Formalmente,

$$C^S = C r^\alpha Y^\beta \quad (4.12)$$

O crescimento em C reflete o crescimento nas reservas ou nas inovações financeiras por parte dos bancos. O crescimento em α representa o crescimento nas acomodações por parte do Banco Central, ou o crescimento nas possibilidades de empréstimo por parte dos bancos comerciais. Se houver uma completa acomodação por parte do Banco Central, r deve ser fixo e α tender ao infinito. No entanto, por hipótese, supõe-se que a acomodação por parte do Banco Central é finita, de tal forma que α é finito e a taxa de juros varia. Por outro lado, elevados valores para Y indicam um alto nível de lucratividade, enquanto que a diminuição de β significa o crescimento da aversão ao risco por parte dos bancos.

A demanda real por crédito é definida como:

$$C^D = Y^\gamma r^{-k} \quad (4.13)$$

onde o termo Y representa a demanda financeira e por transações, sendo Y uma função de gK . O termo para a taxa de juros busca considerar na análise a representação da preferência pela liquidez.

Assumindo que o mercado de crédito encontra-se em equilíbrio, tem-se que:

$$C^S = C^D \quad (4.14)$$

Logo, para estudar-se a dinâmica do sistema é necessário determinar como a taxa de juros se move ao longo do tempo. Diferenciando (4.12);

$$\dot{C}^S / C^S = \varepsilon + \alpha \dot{r} / r + \beta (\dot{g} / g + g - \delta) \quad (4.15)$$

onde $\varepsilon = \dot{C} / C$. Similarmente, da equação (4.13);

$$\dot{C}^D / C^D = \gamma (\dot{g} / g + g - \delta) - k \dot{r} / r \quad (4.16)$$

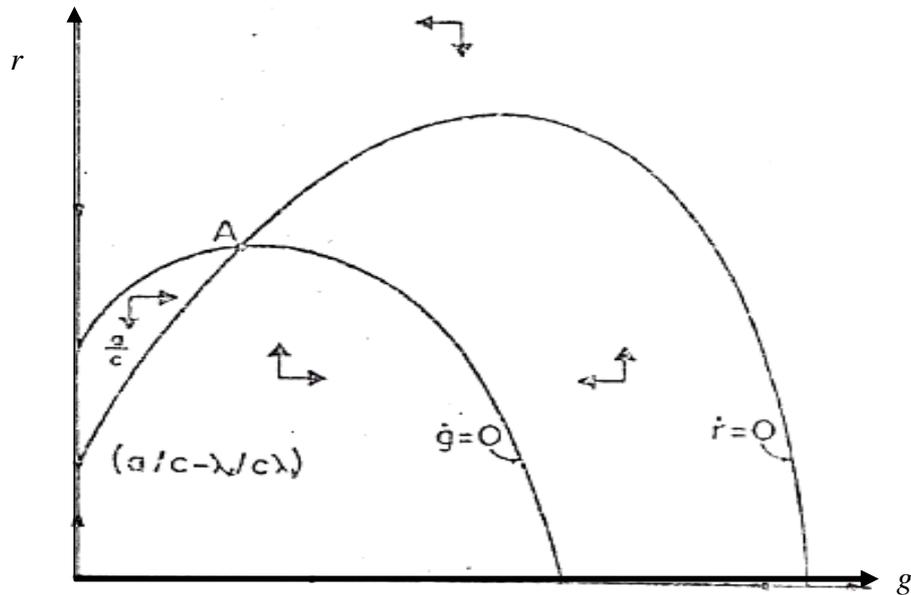
Usando (4.7), (4.15) e (4.16) é possível mostrar que a dinâmica assumida por r pode ser representada da seguinte forma:

$$\dot{r} = r (\lambda_1 \dot{g} / g + \lambda_1 g - \lambda_2) \quad (4.17)$$

onde $\lambda_1 = (\gamma - \beta) / (\alpha - k)$ e $\lambda_2 = (\varepsilon + (\gamma - \beta) / (\alpha - k))$. Com $(\gamma - \beta) > 0$, r vai começar a crescer quando a soma de \dot{g} / g e g assumir um valor elevado. Segundo o autor, cabe ressaltar que os coeficientes λ_1 e λ_2 , que determinam como as variáveis do setor real respondem a taxa de juros, são em parte determinadas por α e β , parâmetros que refletem a endogenidade do crédito.

O modelo possui então, duas equações diferenciais, quais sejam, (4.11) e (4.17). O diagrama de fases permite analisar o comportamento deste sistema. Segundo Jarsulic (1989), o sistema exibe quatro pontos fixos, sendo um deste de particular interesse. Este ponto, definido como A na figura (4.2) mostrada a seguir, refere-se ao cruzamento das isoclinas $\dot{r} = 0$ e $\dot{g} = 0$.

Figura 4.2: Diagrama de Fases do Modelo de Jarsulic (1989)



Fonte: Jarsulic (1989)

O cálculo da matriz jacobiana do sistema pode ser apresentada como segue;

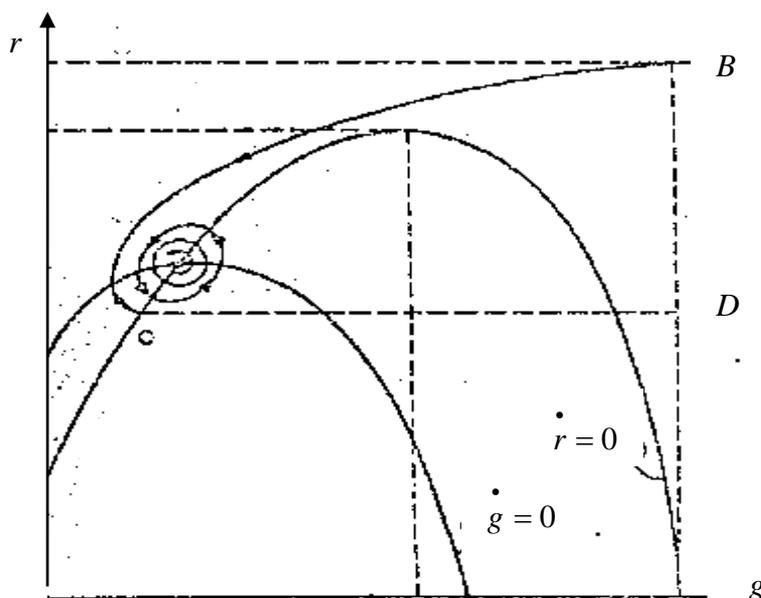
$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{g}/g}{\partial r/r} & \frac{\partial \dot{g}/g}{\partial g/g} \\ \frac{\partial \dot{r}/r}{\partial r/r} & \frac{\partial \dot{r}/r}{\partial g/g} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

onde, segundo Jarsulic (1989), é possível mostrar que: $\text{TR}(J) = (1 - \lambda_1)bg^* + 2(\lambda_1 - 1)dg^{*2} - \lambda_1 a$ e o $\text{Det}(J) = \lambda_1 crg^*$, onde r^* e g^* são os valores de r e g no ponto fixo A .

Sabe-se que, se $\text{Det}(J) > 0$, o ponto fixo não será um ponto de sela. Sabe-se também, que se o $\text{TR}(J) > 0$, o ponto será instável. Essa condição é atendida, no entanto, somente quando $b > \left[\lambda_1 a + 2(\lambda_1 - 1)dg^{*2} \right] / (1 - \lambda_1)$.

A análise de estabilidade mostra que, se o $\text{Det}(J) > 0$ e $\text{TR}(J) > 0$, as condições necessárias (mas não suficientes) para a obtenção de um ciclo limite estão sendo satisfeitas. Nesse sentido, a figura (4.3) a seguir mostra que, sob certas condições, o modelo apresentado de fato gera um ciclo-limite.

Figura 4.3: Diagrama de Fases do Modelo: a existência de um Ciclo-Limite



Fonte: Jarsulic (1989)

O resultado final do modelo mostra que as decisões dos bancos - em conjunto com as decisões de acumulação - podem combinar-se de tal forma a gerar ciclos de crescimento auto-sustentados. O mecanismo que gera o ciclo pode ser descrito tal como segue: quando há um movimento ascendente da taxa de acumulação, há um crescimento na demanda por crédito. Embora a taxa de crescimento esteja se elevando e a taxa de juros diminuindo, as condições no mercado de crédito tendem a mudar somente a partir de determinado período de tempo. Entretanto, a medida que o crescimento da demanda por crédito passa a superar a sua oferta potencial, a taxa de juros tende a variar, neste caso, para cima. Isso eventualmente causa uma queda na taxa de crescimento. Cabe ressaltar, segundo Jarsulic (1989), que essa queda na acumulação não induz ao colapso. Depois da taxa de crescimento declinar suficientemente, a tendência é de que a taxa de juros comece a diminuir. Isso alivia a pressão negativa sobre a acumulação e, oportunamente, faz com que os custos declinem. Entretanto, isso não é suficiente para prevenir o colapso da demanda efetiva. O que prevê uma queda maior na demanda agregada neste modelo é o pressuposto de que os planos de investimento de longo prazo são mantidos constantes. Em outras palavras, o valor positivo do coeficiente “ a ” vai assegurar que assim que a taxa de juros declinar suficientemente, a acumulação existente vai ter (novamente) um efeito acelerador positivo.

4.4 Considerações Finais

Ao longo deste capítulo buscou-se apresentar as justificativas teóricas para a utilização de relações não lineares em modelos representativos do sistema econômico. Mais especificamente,

buscou-se mostrar que a representação linear, embora amplamente difundida em economia, não é uma representação fiel da natureza do sistema em questão.

Esta conclusão esta baseada no fato de que pela representação linear, se um ponto de equilíbrio for instável, então as variáveis em consideração tendem a assumir valores extremos (no limite, tendem ao infinito) em um determinado intervalo (finito) de tempo. Entretanto, existem algumas restrições “naturais” que as variáveis econômicas devem obedecer, como por exemplo, o fato de que todas as quantidades e de que todos os preços devem ser definidos em valores não negativos. Em outras palavras, a definição de valores negativos (ou de valores positivos extremos), tal como requer a formalização linear para pontos de equilíbrios instáveis, não é compatível com mundo econômico real.

A partir dessa interpretação é possível definir algumas relações econômicas utilizando-se da não linearidade, uma vez que estas podem gerar modelos em que a referida instabilidade torna-se limitada a um determinado conjunto de valores. Contudo, o problema que resulta deste tipo de abordagem é de que dificuldades adicionais tendem a ser incorporadas na análise, ou seja, a solução analítica de modelos não lineares nem sempre é possível. Neste caso, muitas vezes a solução só pode ser obtida com auxílio de recursos computacionais.

Uma classe específica de modelos que surge em consequência da não linearidade são os denominados de ciclo limite. Nesse sentido, a segunda seção deste capítulo apresentou, de uma maneira mais geral, algumas particularidades desta classe de modelo no intuito explicitar algumas especificidades que os caracterizam, bem como, algumas propriedades que garantem a sua existência. Posteriormente, apresentaram-se as implicações matemáticas inseridas na análise dessa classe de modelos.

Como foi possível observar a existência (mas não a unicidade) de um ciclo limite esta associado à demonstração do *Teorema Poincaré-Bendixson*. Segundo este, para que um ciclo limite exista é necessário que o ponto fixo (de equilíbrio) localizado no interior de uma órbita fechada seja instável, mas que não seja uma trajetória de sela.

Por fim, apresentou-se o modelo de Jarsulic (1989) que é um exemplo da aplicação deste tipo de abordagem em teoria econômica. Como se demonstrou, sob certas condições específicas, o modelo descreve o comportamento de um ciclo limite. Isso significa dizer, em outras palavras, que o ponto de equilíbrio definido pelo modelo é instável, sendo esta instabilidade, no entanto, limitada.

5 | EQUILÍBRIO COM DESEMPREGO A PARTIR DE UM MODELO *CICLO-LIMITE*.

O modelo matemático que será apresentado neste capítulo tem, dentre outras, duas importantes implicações: a primeira delas refere-se a utilização em sua formalização de equações que descrevem relações econômicas dinâmicas não lineares, e a segunda, de um ponto de vista dos resultados alcançados, estabelece uma crítica aos (resultados) que haviam sido propostos pela síntese neoclássica.

Mais especificamente, o que a síntese neoclássica propunha é que, no longo prazo, existem forças endógenas que garantem a convergência do sistema econômico a sua posição de equilíbrio com pleno emprego. Este resultado, como mostrado no capítulo (3), fundamenta-se principalmente na operância do efeito riqueza real. Na verdade, como busca-se mostrar ao longo deste capítulo, este resultado é altamente contestável, uma vez que ao incluir na análise os argumentos apresentados por Keynes no capítulo 19 da TG, a existência desse mecanismo que garante a convergência passa a depender da hipótese *ah hoc* de que os efeitos positivos de uma deflação de preços sobre a demanda agregada superem os efeitos negativos para todo os períodos de um intervalo tempo.

Observe, portanto, que a crítica se estabelece dentro do âmbito da própria síntese neoclássica, ou seja, não se questiona aqui se a síntese neoclássica é realmente representativa ou não do pensamento de Keynes, apenas pretende-se mostrar que a inclusão dos efeitos propostos por Keynes na análise pode, por um lado, invalidar o resultado de convergência ao ponto de equilíbrio com pleno emprego e, por outro, demonstrar que a economia opera no longo prazo com capacidade ociosa.

Para atender este objetivo, o presente capítulo encontra-se dividido em duas seções, além desta introdução e das considerações finais. A primeira seção apresenta os argumentos que justificam o emprego de uma função demanda não linear; e, a segunda seção é dedicada ao desenvolvimento do modelo proposto, bem como a apresentação de suas principais conclusões.

5.2 A Não Linearidade da curva de Demanda agregada

Os argumentos apresentados por Keynes no capítulo 19 da TG (ver sessão 3.4), resumidos nos efeitos Keynes, efeito Keynes – Kalecki, efeito Keynes – Fischer, efeito Keynes – Mundell-

Tobin, juntamente com o efeito riqueza real, ou efeito Pigou – Patinkin, preconizado pelos autores da síntese neoclássica, mostra claramente que uma deflação de preços e salários tem efeitos ambíguos sobre o nível de produto e, conseqüentemente, sobre o nível de emprego⁵⁷.

Entretanto, cabe ressaltar que embora os efeitos sejam antagônicos, é possível observar que os mesmos estão associados a dois movimentos distintos, quais sejam: i) *um positivo*, no sentido de que os efeitos de uma deflação de preços (efeito Keynes e efeito riqueza real) atuam aumentando a demanda agregada e, com isso, o nível de produto; e, ii) *um negativo*, no sentido de que os efeitos (todos os demais) de uma deflação atuam diminuindo a demanda agregada e, portanto, o nível de produto e emprego.

Nesse sentido, há de se considerar também que os efeitos atuam ao mesmo tempo e que, portanto, o resultado sobre o produto (e o emprego) dependerá de qual desses efeitos (positivo ou negativo) é mais forte em determinado intervalo de tempo. Isso não significa dizer que essa situação perdure necessariamente, ou seja, se mantenha de forma estática. Em outras palavras, significa dizer que podem existir intervalos em que o efeito positivo supere o efeito negativo e, portanto, uma deflação de preços leve ao aumento da demanda agregada, sendo que, para outros intervalos, o contrário também pode ser verdadeiro, de tal forma que essa deflação de preços gere efeitos recessivos sobre a economia.

Em termos da representação formal desse comportamento, a utilização de modelos lineares não permite que se capte essa possível mudança de efeito sobre a demanda agregada, de tal forma que os resultados (ambíguos) encontrados só podem ser resolvidos quando assume-se algum grau de discricionariedade, ou seja, assume *ah hoc* que um dos efeitos é superior ao outro. Nesse contexto, o resultado que se assume prevalece ao longo de todo o período. Por outro lado, ao se utilizar-se de relações não lineares, o problema da ambigüidade é resolvido, de tal forma que os efeitos sobre a demanda são mensurados sem o uso da discricionariedade e, ainda, as possíveis reversões desses efeitos passam a ser contempladas na formalização.

Nesse sentido, existem elementos econômicos suficientes para mostrar que a representação formal da curva de demanda agregada, levando-se em consideração os efeitos propostos por Keynes ao longo do capítulo 19 da TG, deve utilizar-se de relações não-lineares. Isso permite, como mencionado anteriormente, maior aproximação à realidade econômica.

⁵⁷ Uma passagem em Keynes esclarece a visão distinta quanto ao formato da curva da demanda de uma firma individual da curva de demanda agregada é a que se segue: “Para traçar (...) a curva de demanda em indústrias em particular, é indispensável adotar certas hipóteses fixas quanto à forma das curvas de oferta e da procura nas outras indústrias e quanto ao montante da demanda agregada efetiva. Não é válido, portanto, aplicar o argumento [de uma indústria particular] à indústria em conjunto, a não ser que lhe transfiramos também a nossa hipótese de que a demanda efetiva agregada é fixa”. (Keynes, 1936 – tradução brasileira 1988:176 apud Chick, 2002:64)

No caso específico do modelo que será desenvolvido a seguir, utilizar-se-á uma curva de demanda não linear de terceiro grau, do tipo $d(p) = a_0p^3 + a_1p^2 + a_2p + a_3$. A opção feita por este tipo de não linearidade busca, como discutido anteriormente, incorporar na função demanda os possíveis efeitos que uma deflação de preços. Mais especificamente, busca-se nesta função representar os seguintes efeitos: o efeito riqueza real, o efeito Fischer/Keynes -Mundell - Tobin e o Efeito Keynes.

Num primeiro momento, admite-se que os efeitos Keynes Fischer/ Keynes -Mundell – Tobin, representados pelo elemento de segunda ordem na equação, é um efeito (em termos de magnitude) intermediário ao efeito Keynes e ao Efeito Riqueza Real. No entanto, a partir de determinado ponto este efeito tende a perder força e ser superado pelo efeito riqueza real, o que é explicado pela intuição econômica que será apresentada a seguir. Observe ainda que, escrita dessa forma, e considerando $a_0 = a_1 = a_2$, a curva de demanda permaneceria decrescente no plano preço e quantidade. Para formalizar a idéia proposta anteriormente – de que uma deflação de preços possa gerar efeitos depressivos sobre a demanda – deve-se escrever a curva de demanda agregada de tal forma que $a_0 \neq a_1 \neq a_2$.

Mais especificamente, o que se busca representar formalmente é a seguinte intuição econômica:

- i) uma deflação de preços, mantida a taxa nominal de juros, provoca uma queda na taxa de juros real estimulando, assim, o investimento. No entanto, esse efeito tende a ser um efeito relativamente fraco. Isso porque, seguindo a tradição Keynesiana, o investimento depende da Eficiência marginal do capital, ou seja, da rentabilidade esperada e, portanto, variações na taxa de juros reais não constituem o fator determinante para a expansão do investimento. De um lado, o investidor ao reformular suas expectativas – dado a variação na taxa de juros – deve levar em consideração que as oportunidades de investimento lucrativas tendem a se tornarem mais escassas e, por outro, que o preço de oferta dos bens de investimento – dado o aumento da demanda – tende a aumentar podendo diminuir com isso o retorno esperado⁵⁸. Nesse sentido, uma queda na taxa de juros não necessariamente garante uma maior rentabilidade. Além disso é possível, por um lado, que os empresários reformulem suas expectativas de tal modo a esperarem novas quedas de preços (salários); neste caso, se isso acontecer eles poderão obter maior taxa de retorno para os investimentos em capital fixo se os mesmos forem adiados (efeito Keynes – Mundel – Tobin) e, por outro, eles podem observar que o

⁵⁸ Deve-se observar, também, que o investimento pode ser pouco sensível a taxa de juros, o que deve se confirmar, principalmente, para baixos níveis da mesma.

investimento antigo entrará em concorrência com o novo, sendo que este último permite produzir à preços menores. Isso significa dizer que variações do nível de preços pode afetar as expectativas quanto a rentabilidade do investimento, de tal forma que novas variações passam a mudar (negativamente) a expectativa em relação a eficiência marginal do capital. Em termos da formalização, este efeito é mensurado pelo termo de primeira ordem da equação de demanda.

- ii) uma deflação de preços gera um efeito riqueza crescente, ou seja, à medida que essa deflação de preços tende a se prolongar, esse efeito tende a ganhar força. Isso ocorre porque a base sobre o qual opera este efeito é dada pelo estoque de riqueza que os agentes do setor privado consideram como um direito líquido sobre o governo, ou seja, o estoque de papel-moeda em poder do público mais o estoque da dívida pública retida pelas instituições privadas. Neste caso, uma deflação de preços tende a aumentar o estoque de papel-moeda em poder do público ampliando o efeito “riqueza real” da sociedade à medida que os preços diminuam continuamente. Neste caso, haveria uma expansão da demanda agregada. O importante é observar que este efeito ganha força somente quando a deflação de preços se prolongar, pois só assim as pessoas estarão dispostas a manterem maior quantidade de papel moeda. Em termos da formalização, este efeito está associado ao elemento de terceira ordem na equação de demanda agregada; e,
- iii) uma deflação de preços desencadeia o efeito Fischer, qual seja, o aumento do peso real das dívidas mantidas pelas firmas a tal ponto de poder provocar uma onda de insolvências. Além disso, um maior valor real para as dívidas reduzirá a propensão a consumir dos devedores e, se esta for maior do que a propensão a consumir dos credores, segue-se que este efeito será depressivo sobre a demanda agregada. Entretanto, esse efeito pode ocorrer de forma mais intensa para um período intermediário da deflação de preços. Isso porque, uma pequena deflação de preços não provoca um aumento muito significativo no peso relativo da dívida dos devedores, de tal forma que seu impacto sobre a propensão a consumir tende a ser pequeno. No entanto, a medida que esta deflação de preços continua esse efeito de ajustamento (redução) na propensão a consumir estabelece uma nova situação em que os ajustes tornam-se mais significativos. Estabelecido estes ajustes e a medida que esse processo tem continuidade, dado que a propensão a consumir já encontra-se em valores reduzidos, o ajustamento torna-se cada vez mais problemático. Ou seja, novas deflações de preço terão um impacto reduzido sobre a demanda

agregada. Em termos da formalização, este argumento é representado pelo termo de segunda ordem na equação de demanda.

A intuição econômica que de que uma deflação de preços pode provocar uma redução na demanda agregada por ser encontrada, entre outros, em Fischer (1933, pág. 341-342):

Assuming, accordingly, that, at some point of time, a state of over-indebtedness exists, this will tend to lead to liquidation, though the alarm either of debtors or creditors or both. Then we may deduce the following chain of consequences in nine links: (1) *Debt liquidation leads to distress selling* and to (2) *Contraction of deposit currency*, as bank loans are paid off, and to a slowing down of velocity of circulation. This contraction of deposits and of their velocity, precipitated by distress selling, causes (3) *A fall in the level of prices*, in other words, a swelling of the dollar. Assuming, as above stated, that this fall of prices is not interfered with by reflation or otherwise, there must be (4) *a still greater fall in the net worths of business*, precipitating bankruptcies and (5) a like fall in profits, which in a “capitalistic”, that is, a private-profit society, leads the concerns which are running at a loss to make (6) *a reduction in output, in trade and in employment of labor*. The losses, bankruptcies, and unemployment, lead to (7) *pessimism and loss of confidence*, which in turn lead to (8) *Hoarding and slowing down still more the velocity of circulation*. The above eight changes cause (9) *Complicated disturbances in the rates of interest (...)* (grifo nosso).

Nesse sentido, a idéia que aqui se busca representar é a de uma economia composta por uma parcela considerável de firmas que possuem elevado grau de endividamento. Nessa economia, inicialmente uma pequena deflação de preços vem acompanhada de um aumento da demanda agregada (em especial, pela atuação do efeito Keynes). No entanto, a medida que deflação de preços continua o valor (peso) real das dívidas mantidas pelas firmas elevam-se significativamente, a tal ponto que grande parte das mesmas são obrigadas a encerrarem suas atividades. Ao encerrarem suas atividades, as firmas demitem funcionários, deixam de produzir e de realizar investimentos. Nesse caso, a não realização de investimentos pode ser uma característica assumida por todas as firmas, mesmo aquelas que não se encontram endividadas, uma vez que, conforme afirmou Fischer (1933), nesse ambiente de “falências” ocorre uma queda no estado de confiança dos negócios. Isso significa que, somando os efeitos da redução da demanda por parte dos trabalhadores demitidos aos da não realização de investimentos, a tendência é de que haja uma redução da demanda agregada.

Posteriormente, quando as firmas que tinham que “encerrar suas atividades” já saíram do mercado, ou seja, depois que as firmas endividadas “fecharam as portas”, a deflação de preços será acompanhada novamente de uma elevação na demanda agregada. Isso ocorre porque, por um lado, o efeito Fischer deixa de operar e, por outro, o efeito riqueza real ganha uma maior intensidade.

Observe que existe neste caso um intervalo intermediário em que o efeito Keynes-Fischer supera os efeitos Keynes e o efeito riqueza real, de tal forma que (neste intervalo) a curva de

demanda torna-se positivamente inclinada no plano preço e produto. Em outras palavras, uma deflação de preços gera uma queda na demanda agregada.

Existem ainda outras razões para supor que o efeito Keynes-Fischer seja maior que efeito riqueza real, pelo menos no que tange a algum intervalo intermediário de demanda⁵⁹. Segundo Oreiro (1997, pág. 31-32), duas considerações devem ser feitas com relação a este ponto:

- i) Em primeiro lugar, o efeito liquidez-real, que é tese quem garantira a inclinação decrescente da curva de demanda no plano preço e produto, opera somente sobre aquela parte do estoque de riqueza que os agentes do setor privado consideram como um direito líquido sobre o governo, ou seja, o estoque de papel-moeda em poder do público mais o estoque da dívida pública retida pelas instituições privadas. Contudo, existem motivos para desconsiderar o estoque de dívida pública como parte da riqueza líquida dos indivíduos. Isso porque, com base na hipótese de *equivalência Ricardiana*, o endividamento do governo deverá dar lugar, mais cedo ou mais tarde, à um aumento de impostos⁶⁰. Nesse caso, os indivíduos podem considerar que os títulos do tesouro são, em todo ou em parte, necessários para pagar o aumento futuro dos mesmos; não fazendo parte de sua riqueza líquida. Sendo assim, a base de operação do efeito liquidez-real fica restrita ao papel-moeda em poder do público. Por outro lado, o efeito Keynes-Fisher opera sobre a totalidade dos débitos existentes entre os agentes do setor privado. Esses débitos incluem os depósitos a vista e a prazo nos bancos comerciais, os empréstimos concedidos pelos agentes financeiros não-bancários e etc. Tais estoques são, em qualquer economia capitalista moderna, muito superiores ao estoque de papel-moeda em poder do público. Em outras palavras, a base de operação do efeito liquidez-real é muito inferior a base de operação do efeito Keynes-Fisher.
- ii) Em segundo lugar, o efeito Keynes-Fisher opera sobre a *diferença* entre as propensões a consumir sobre o estoque de riqueza de devedores e credores; ao passo que o efeito liquidez-real opera sobre a totalidade da propensão a consumir a partir da riqueza.

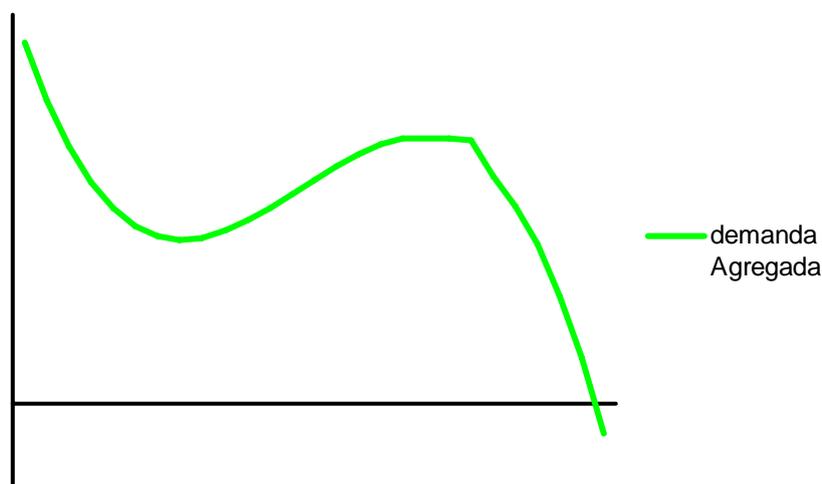
Ressalta-se, novamente, que considera-se que o efeito positivo ocorre apenas para um intervalo intermediário de demanda, dado que o efeito riqueza real tende a aumentar com a queda continua do nível de preços. Tendo em vista, portanto, estas considerações, a curva de demanda

⁵⁹ Neste caso, por simplicidade, estamos supondo que os efeitos Keynes e o efeito Keynes – Mundel – Tobin se anulam.

⁶⁰ Nas palavras de Blanchard & Fischer (1989, pág. 56): " A decrease in taxes, and thus a larger deficit today, must according to the government budget constraint lead to an increase in taxes later. According to the family budget constraint, the current decrease and the anticipated future increase exactly offset each other in present value, leaving the budget constraint unaffected. Families thus not modify their paths of consumption".

formalizada e que será utilizado no modelo é dado por: $d(p) = -0,02p^3 + 0,8p^2 - 9p + 50$. A calibração dos parâmetros (figura 5.1) nessa equação busca descrever a discussão anterior.

Figura 5.1: A curva de Demanda não Linear.



5.3 O Modelo⁶¹

5.3.1 Dos Aspectos Genéricos Formais

O modelo é formalizado a partir de duas equações diferenciais, onde se pressupõem que o ajustamento de equilíbrio segue um processo de *tâtonnement* seguindo a tradição Walrasiana de ajustamento dinâmico da produção na economia⁶² (ver anexo B).

As equações diferenciais que descrevem o modelo proposto são as que se seguem:

$$\dot{p} = B_p [d(p) - Y] \quad B_p > 0 \quad (5.1)$$

$$\dot{Y} = B_y [p - L(Y)] \quad B_y > 0 \quad (5.2)$$

A equação (5.1) mostra que os preços são ajustados em decorrência da discrepância entre oferta e demanda no mercado de bens, enquanto que a equação (5.2) mostra que a oferta de bens é ajustada seguindo a discrepância entre o preço corrente dos bens e o custo marginal dos mesmos. Em outras palavras, considera-se que o equilíbrio no mercado ocorre quando a demanda é igual a oferta e o preço é igual ao custo marginal;

$$d(p^*) = Y^* \quad (5.3)$$

⁶¹ O modelo a ser apresentado é versão adaptada do modelo proposto por FLACHEL, FRANKE e SEMMLER (1997).

⁶² Segundo Serrano (2003, pág. 153), o processo de ajustamento em desequilíbrio é chamado walrasiano quando os preços aumentam sempre que existe um excesso de demanda e caem na presença de excesso de oferta. Por outro lado, no assim chamado processo de ajustamento marshalliano, as quantidades produzidas aumentam sempre que o preço de demanda está acima do preço de oferta e diminuem quando o preço de demanda está abaixo do preço de oferta.

$$\dot{L}(Y^*) = p^* \quad (5.4)$$

A economia descrita pelas equações (5.1)-(5.2) estará, portanto, em *steady-state* quando $\dot{p} = \dot{Y} = 0$.

O sistema de equações diferenciais apresentado em (5.1)- (5.2) é um sistema de equações não-linear. Para simplificar a análise de estabilidade, lineariza-se o mesmo em torno de sua posição de equilíbrio, utilizando como recurso o primeiro termo da expansão de Taylor. Deve-se destacar, nesse caso, que a análise de estabilidade refere-se a *estabilidade local* da posição de equilíbrio⁶³. Logo, a matriz jacobiana do sistema pode ser apresentada como segue;

$$J = \begin{vmatrix} B_p d_p & -B_p \\ B_y & -B_y L''(Y) \end{vmatrix}$$

A Análise de estabilidade mostra que o determinante e o traço da matriz assumem os seguintes valores:

$$\text{Det } |J| = -B_p d_p L''(Y) B_y + B_y B_p$$

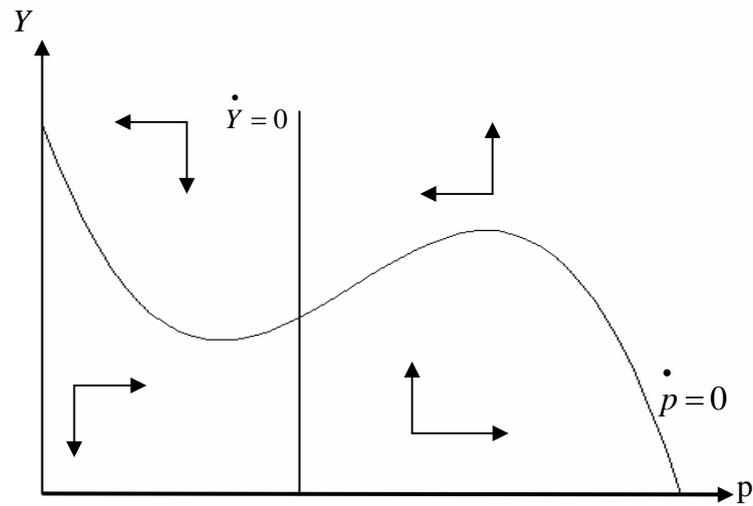
$$\text{TR } |J| = B_p d_p - B_y L''(Y)$$

A análise de estabilidade requer, portanto, que se avalie o sinal de dois parâmetros, quais sejam, d_p e $L''(Y)$. No caso em que $d_p < 0$ e $L''(Y) > 0$, o $\text{Det } |J| > 0$ e o $\text{TR } |J| < 0$, o sistema será estável. Em outras palavras, a estabilidade é garantida quando a curva de demanda for negativamente inclinada e os custos marginais forem estritamente crescentes.

Entretanto, ao admitir-se que a partir de um determinado ponto o parâmetro d_p assume um valor positivo, a instabilidade do ponto de equilíbrio no *steady state* prevalecerá, considerando que B_y e L'' sejam suficientemente pequenos e/ou no caso em que L'' seja nulo. Essa última situação é descrita na figura (5.2) a seguir. Observe que, por simplicidade, emprega-se a função demanda sugerida anteriormente (sessão 5.2) e uma função custo linear (na verdade uma função oferta agregada), do tipo $L(Y) = c_1 + c_2 Y$, o que implica que $\dot{L} = c_2$ e $L'' = 0$. O equilíbrio é o ponto de demanda efetiva de Keynes.

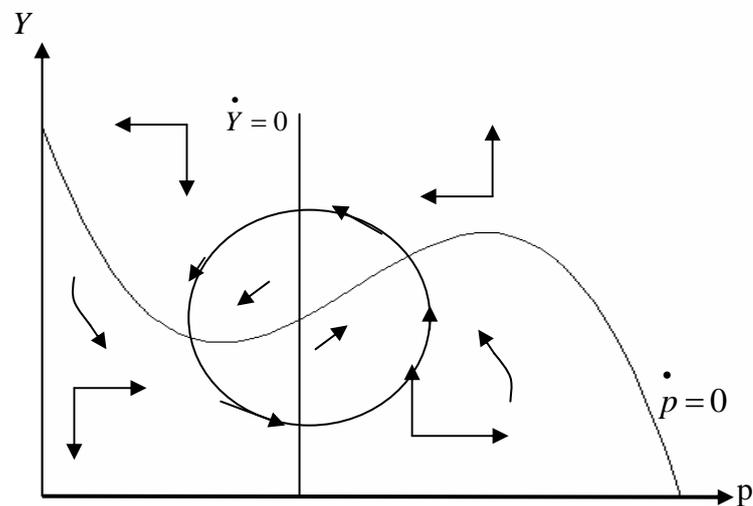
Figura 5.2: Diagrama de fases do Modelo

⁶³ De acordo com Takayama (1993, p.335), uma posição de equilíbrio X^* é dita *localmente estável* se qualquer solução do sistema de equações diferenciais $\partial X_i / \partial t = f_i [X_1(t), \dots, X_n(t)]$, $i=1, \dots, n$; onde $f_i(X^*) = 0$, $i=1, \dots, n$; que esteja suficientemente próxima de X^* , convirga para X^* quando $t \rightarrow \infty$. Em outras palavras, X^* é dito localmente estável se existe uma vizinhança de X^* , $N(X^*)$, tal que se $X^0 \in N(X^*)$ então $X(t, X^0) \rightarrow X^*$ quando $t \rightarrow \infty$.



Como mostra o diagrama de fases, o ponto de equilíbrio é um ponto de equilíbrio instável. Entretanto, o que deve ser feito é estudar a instabilidade do referido sistema, ou seja, como $\text{Det } |J| > 0$ e o $\text{TR } |J| > 0$, para o caso em que $d_p > 0$ e $L' = 0$, têm-se a observância da condição necessária (embora não-suficiente) para a existência dos ciclos. Em outras palavras, é possível que o sistema seja localmente instável e globalmente estável (neste caso, o teorema de Poincaré – Bendixson seria aplicável). Essa situação é representada na figura (5.3) a seguir;

Figura 5.3: A Existência de um Ciclo – Limite



5.3.2 Das condições para a existência do Ciclo

Como ilustrado anteriormente, se o sistema descrever um *ciclo-limite*, a instabilidade será limitada e o sistema ficará fluando em torno da posição de equilíbrio. Entretanto, é necessário observar, primeiramente, algumas implicações das hipóteses assumidas que garantiram a existência da condição necessária para que o sistema descrevesse o referido comportamento.

A primeira delas refere-se ao sinal positivo do parâmetro d_p . Mais especificamente, a possibilidade de a curva de demanda agregada ser positivamente inclinada no plano preço e produto. Ora, como discutido na sessão 5.1, para que a curva de demanda agregada seja positivamente inclinada neste plano basta que os efeitos negativos (efeito Keynes – Kalecki, efeito Keynes – Fischer, efeito Keynes – Mundell- Tobin) de uma deflação de preços sejam superiores aos efeitos positivos. Em outras palavras, basta que uma deflação de preços implique em uma redução da demanda agregada para algum intervalo de tempo.

A segunda consideração que deve ser feita é em relação à curva de custo marginal. Por simplicidade, assumiu-se que a função custo pode ser expressa por uma função linear, de tal forma que $L(Y) = c_2$. Isso significa dizer, em outras palavras, que a função custo marginal é uma constante. No entanto, ao considerar que a função custo marginal exibe retornos crescentes ou decrescentes, dificuldades adicionais serão impostas ao modelo, como por exemplo, a possibilidade da curva de custo tangenciar a curva de demanda em dois ou mais pontos, de tal forma que o modelo seria compatível com múltiplos pontos de equilíbrio. A última sessão deste capítulo traz uma simulação do modelo com custos crescentes, em que a existência do ciclo depende dos valores assumidos por L' , ou seja, o ciclo só existe para valores de L' limitados em um determinado intervalo.

Por fim, supôs-se que a velocidade de ajustamento da oferta não é infinita, ou seja, que o parâmetro B_y tende a assumir um valor relativamente baixo. Esta hipótese é plenamente plausível, uma vez que o processo de produção demanda tempo, seja para ofertar produtos com base na capacidade instalada, seja no que tange a realização do investimento. Além disso, deve-se ressaltar que os sinais de mercado repassado ao empresário e a própria decisão desses de responder a estes sinais também demandam tempo⁶⁴. Portanto, a oferta tende a ajustar-se lentamente. No entanto, deve-se considerar que essa hipótese não traz restrições adicionais ao modelo, uma vez que este (como demonstrado posteriormente) é pouco sensível ao valor deste parâmetro.

5.3.3 Do Modelo Matemático

Para verificar a existência de um ciclo limite é necessário, como discutido no capítulo anterior, que a análise de estabilidade do modelo matemático atenda aos critérios estabelecidos pelos teoremas de *Bendixon* e *Poincaré*. Nesse sentido, o modelo aqui proposto será formalizado a partir da equação de demanda proposta anteriormente, qual seja, $d(p) = -0,02p^3 + 0,8p^2 - 9p + 50$ e da função custo: $L(Y) = c_1 + c_2Y$. A análise que se segue busca mostrar se o modelo atende ou não

⁶⁴ Observe que as decisões dos empresários são tomadas em momentos distintos de tempo e que o prazo de maturação/produção também ocorre em distintos espaços de tempo, de tal forma que a oferta tende a aumentar lentamente, segundo Keynes, num processo de tentativa e erro.

os critérios acima mencionados, de tal forma que se possa verificar a veracidade da existência de um ciclo limite.

As equações diferenciais podem ser reescritas como:

$$\dot{p} = B_p \left[(-0,02p^3 + 0,8p^2 - 9p + 50 - Y) \right] \quad (5.5)$$

$$\dot{Y} = B_y \left[p - \bar{c}_2 \right] \quad (5.6)$$

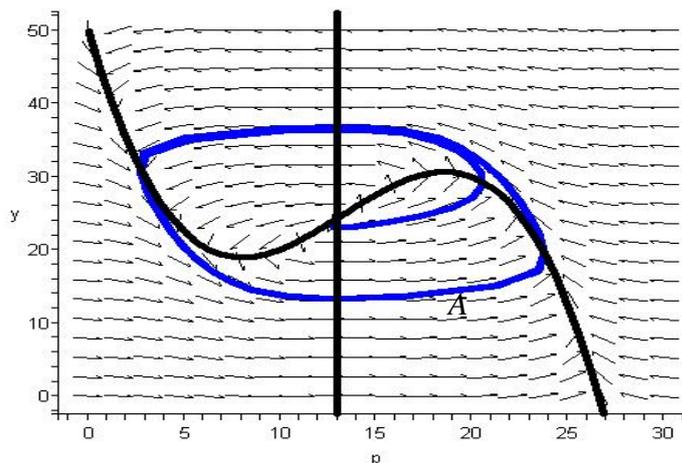
Para prosseguir com análise é necessário que se definam os valores para os parâmetros, tal como se segue: $B_p = 1$, $B_y = 0.75$ e $c_2 = 13$. Observe que, neste caso, supõe-se velocidade de ajustamento de preços instantânea, enquanto que para a produção esse ajustamento tende a ser mais demorado, ou seja, leva um determinado tempo para ocorrer. Além disso, considera-se que custo marginal é constante.

A matriz jacobiana deste modelo é dada por⁶⁵:

$$J = \begin{vmatrix} 1.66 & -1 \\ 0,75 & -0 \end{vmatrix}$$

de tal forma que o Det $|J| = 0,75 > 0$ e o TR $|J| = 1.66 > 0$ mostrando, portanto, que o mesmo atende ao teorema de *Bendixon*. No entanto, sabe-se que esse é uma condição necessária, mas não suficiente, de modo que a análise do campo vetorial (vetor força) faz-se necessária para demonstrar que o mesmo atende simultaneamente ao teorema de *Poincaré*. O vetor de forças é dado pela figura abaixo:

Figura 5.4: Vetor de forças para o modelo com custos marginais constantes

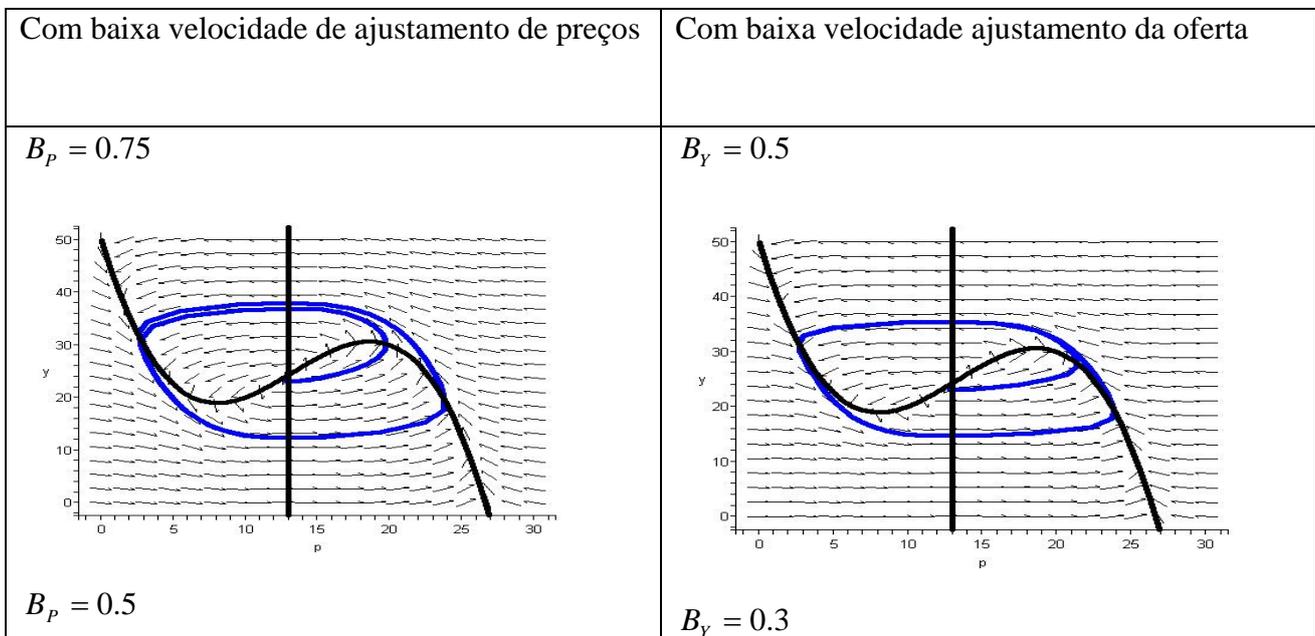


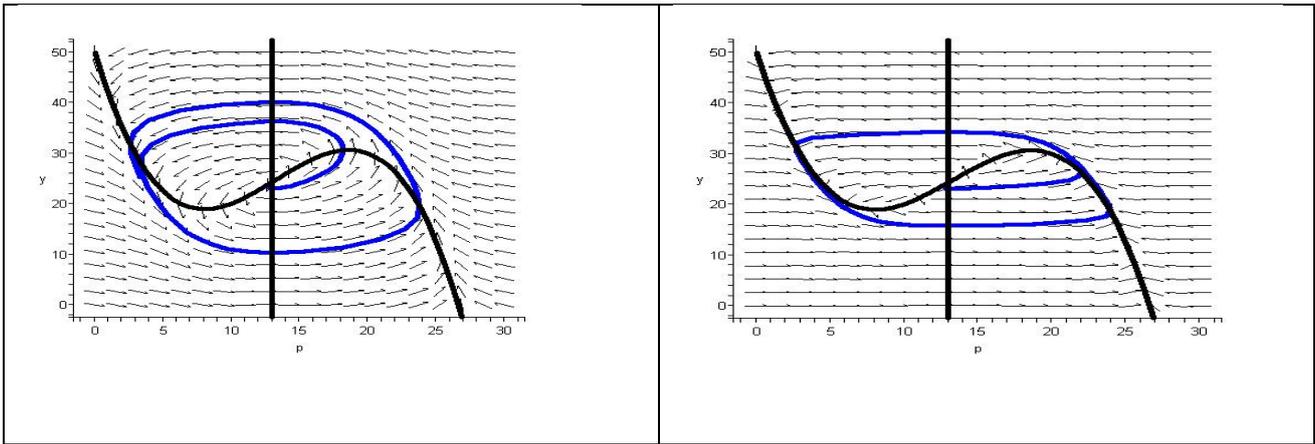
⁶⁵ Observe que d_p é a derivada da função demanda. Como se refere ao um ponto muito próximo do equilíbrio (linearização pelo primeiro termo da expansão de Taylor) o mesmo foi calculado utilizando o valor do preço de equilíbrio ($p^E = 13$).

Logo, a partir do resultado obtido é possível afirmar que o modelo é caracterizado como ciclo-limite, pois atende simultaneamente os critérios especificados. A conclusão do modelo mostra, portanto, que partindo de qualquer ponto inicial – exceto o ponto de intersecção das duas curvas –, a economia ficará presa em uma órbita (ciclo) em torno de sua posição de equilíbrio. O mecanismo que gera o ciclo pode ser assim identificado: partindo de um ponto qualquer, a por exemplo, é possível observar que neste caso o preço é maior que o custo marginal e que a demanda é maior que a oferta. Esta última condição, como mostra a equação (5.1), faz com que o nível de preços aumente e, conseqüentemente, o nível de produção (equação 5.2). Entretanto, a medida que a oferta aumenta, a tendência é que mesma iguale-se a demanda, de tal maneira a cessar o aumento de preços. Ocorre que, neste ponto, o nível de preços é superior ao custo marginal, o que faz com que as empresas continuem a aumentar a produção. Este aumento da produção leva a um aumento da oferta, ocasionando queda subsequente no nível de preços. Essa queda no nível de preços continua até que a oferta se iguale novamente a demanda. Neste ponto, o nível de preços será menor que o custo marginal, de tal forma que as empresas reduzem a produção (oferta). Essa redução na produção ocasiona o aumento do nível de preços desencadeando novamente o ciclo.

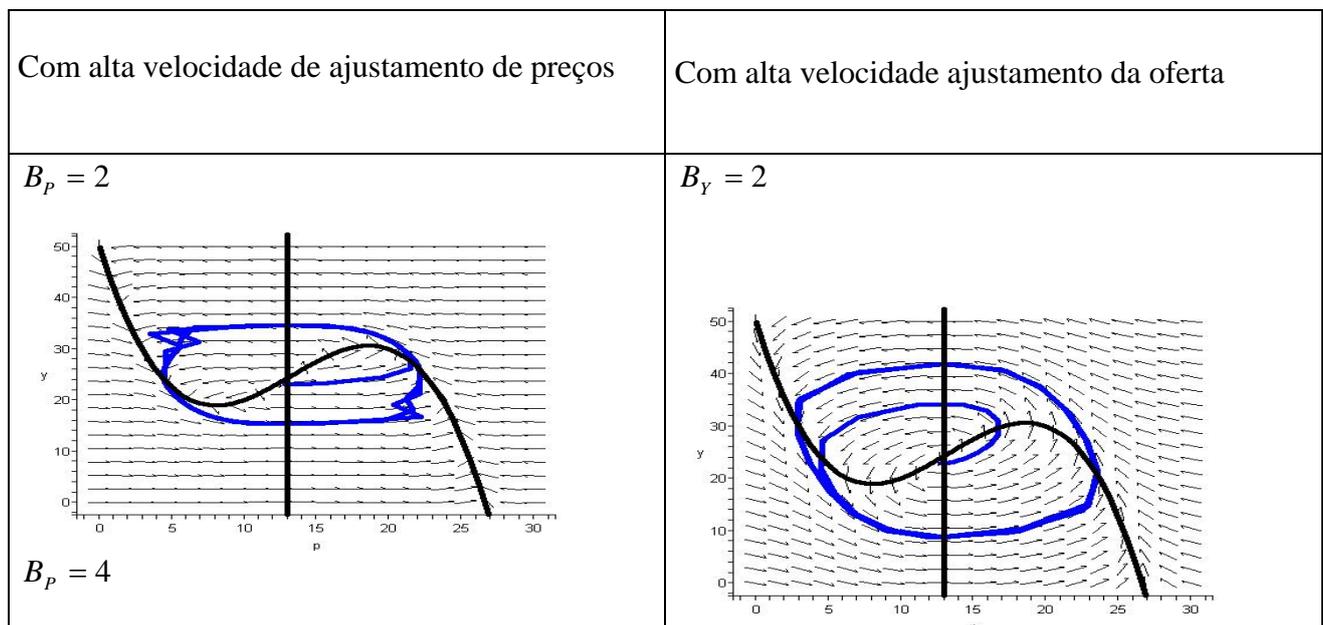
Observe ainda, conforme mostra a simulação do modelo representado pela figura (5.5), que os resultados alcançados são bastante robustos, ou seja, pouco sensível a alterações nos valores dos parâmetros.

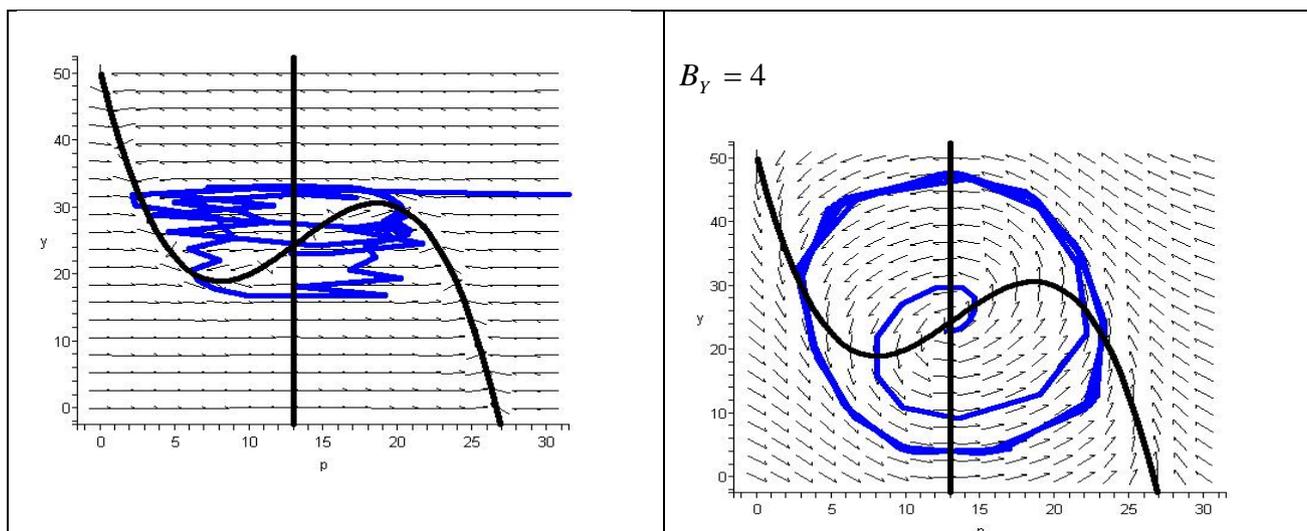
Figura 5.5: Simulações do modelo com custos constantes





Como mostram os diagramas de fases, variações no sentido de diminuir a velocidade de ajustamento de preços provocam pequenas alterações na dinâmica do modelo. O mesmo resultado vale para o ajustamento da oferta.





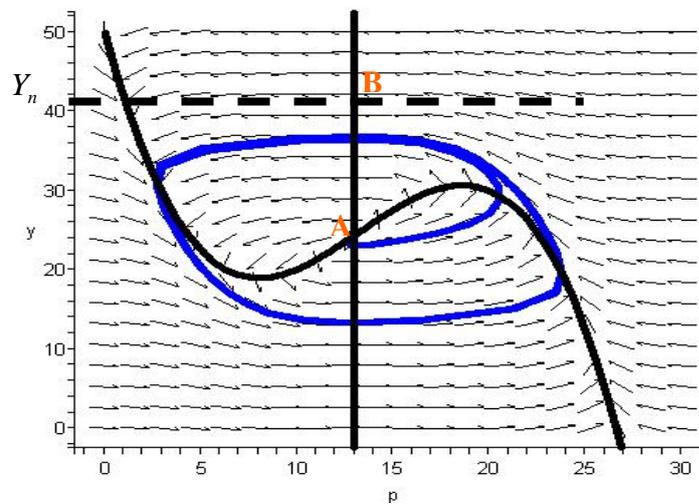
Como mostram os diagramas de fases, os resultados do modelo permanecem válidos considerando uma velocidade de ajustamento de preços ou uma velocidade de ajustamento da oferta mais elevada.

5.3.4 Das implicações teóricas dos resultados Alcançados

Como observado na figura (5.4) o modelo é caracterizado por exibir um ciclo limite. Isso significa dizer, em outras palavras, que a economia fica flutuando em torno de sua posição de equilíbrio dado que o mesmo é instável. Em termos teóricos, este resultado mostra que a instabilidade sugerida por Amadeo (1982) e pelo modelo de Oreiro (1997), quando o efeito Fischer é maior do que o efeito riqueza real, é não explosiva.

Em outras palavras, desde que o efeito Keynes – Fischer seja maior do que o efeito riqueza real, o equilíbrio com pleno emprego é instável e, portanto, a economia tende a se afastar do mesmo. Mas ao contrário do que demonstrou Oreiro (1997), essa instabilidade não tende a levar a economia (produto) para o infinito ou para zero, uma vez que ela ficará contida em uma determinada órbita (ciclo), flutuando, portanto, em torno de sua posição de equilíbrio. Isso significa que a instabilidade refere-se ao ponto de equilíbrio, mas não ao sistema como um todo, pois este é globalmente estável.

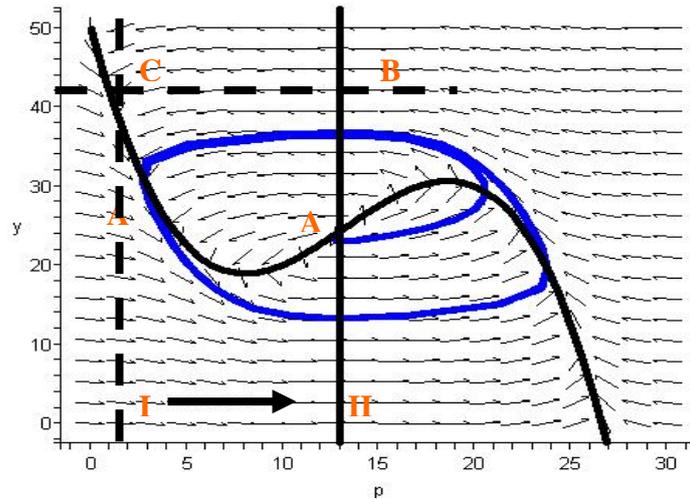
Observe, no entanto, que a questão principal é de que nada garante de que o ponto de equilíbrio do modelo seja um ponto de equilíbrio com pleno emprego. Ou seja, essa é uma possibilidade dentre tantas outras, uma vez que no ponto de intersecção entre as duas curvas a única condição que está sendo estabelecida é o primeiro postulada da economia clássica, qual seja, de que a produtividade marginal é igual ao salário real. Isso não implica dizer que o mercado de trabalho esteja necessariamente em equilíbrio. Para esclarecer este ponto, observe a figura (5.6) a seguir:

Figura 5.6: Equilíbrio com Desemprego Involuntário no Longo Prazo

Na figura (5.6), o equilíbrio determinado pelo modelo refere-se ao ponto A. No entanto, o ponto de equilíbrio com pleno emprego pode ser simplesmente o ponto B, de tal forma que o equilíbrio do modelo é um equilíbrio em que prevalece o desemprego involuntário. Observe que este ponto B nunca será alcançado pela economia, uma vez que esta fica flutuando (ciclo) em torno do ponto A. Ou seja, a economia não converge necessariamente para sua posição de pleno emprego, como propunham os economias clássicos, podendo ficar – como norma geral, tal como propunha Keynes – presa em equilíbrio com subutilização de recursos.

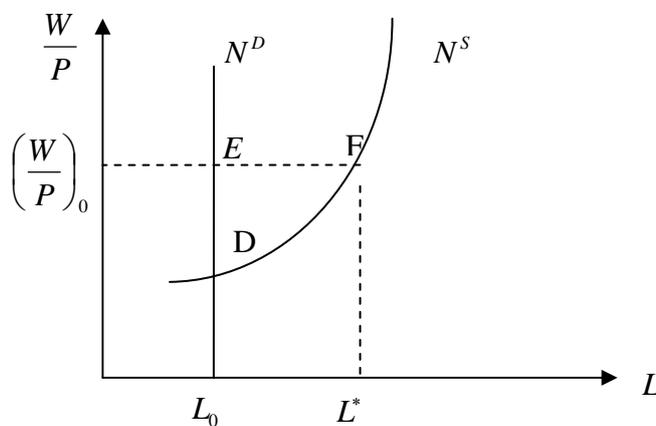
De forma alternativa, supondo que a economia está inicialmente no ponto de pleno emprego (C) na figura (5.7) a seguir, e ocorre um choque de oferta - mudança na produtividade do trabalho - tal que a curva de custo marginal seja deslocada para a direita (figura 5.7). Neste caso, o que o modelo mostra é de que não existem forças endógenas capazes de fazer com que a economia retorne ao ponto de equilíbrio com pleno emprego, uma vez que ela converge para o ciclo (e a partir daí fica flutuando) em torno do ponto A. Neste caso, o equilíbrio é caracterizado pela subutilização de recursos.

Figura 5.7: Efeitos de choque de Oferta



A figura (5.8) a seguir mostra a situação do mercado de trabalho. O equilíbrio no mercado de trabalho seria alcançado quando interseção entre a curva de oferta e a curva de demanda ocorrer no ponto D. No entanto, como neste modelo o que determina a demanda por trabalho é a demanda efetiva, é plenamente possível que associado ao ponto de equilíbrio A a demanda por trabalho seja aquela em que apenas L_0 trabalhadores estão empregados. Logo, a diferença $L^* - L_0$ representa a quantidade de trabalhadores que se encontram desempregados.

Figura 5.8: O Mercado de Trabalho



Observe ainda, que o desemprego não é consequência de alguma imperfeição do mercado de trabalho - tal como rigidez de salário ou pelo fato de o mesmo estar acima de um suposto salário de equilíbrio - uma vez que o que determina o nível de emprego neste caso é a demanda efetiva. Como mostra a figura, o salário pago pelas empresas é superior ao salário mínimo ao qual aqueles trabalhadores que se encontram empregados estariam dispostos a trabalhar. No entanto, o que se deve ressaltar é que as empresas não têm incentivos para mudar de posição, uma vez neste ponto as mesmas estão maximizando seus lucros. Além disso, variações no salário poderiam gerar efeitos recessivos sobre a demanda agregada, de tal forma que os lucros das empresas poderiam ser

diminuídos. Logo, as firmas mantêm o nível de emprego de acordo com a demanda efetiva existente.

5.3.4.1 Dos problemas do modelo

Em relação ao modelo proposto, duas observações devem ser feitas: a primeira refere-se ao modelo matemático, mais especificamente, ao valor dos parâmetros para a curva de demanda agregada que está sendo considerada; e, a segunda, em termos das implicações teóricas da adoção de uma função custo marginal constante.

No que se refere à primeira, deve-se salientar que o formato da curva de demanda agregada (como uma função de terceiro grau) que foi especificado no modelo anterior depende dos valores de a_0 , a_1 , e a_2 , que são os parâmetros que foram calibrados a fim de formalizar os efeitos de uma deflação de preços sobre a demanda. Acontece que pequenas variações nos valores desses parâmetros mudam radicalmente o formato da curva de demanda agregada; ou seja, o formato desta curva, tal como especificada no modelo, é muito sensível a qualquer alteração no valor desses parâmetros⁶⁶.

A segunda observação refere-se a suposição de uma curva de custo total linear. Isso porque, ao supor esta função linear considera-se que os custos marginais são constantes. No entanto, ao propor essa condição o modelo está implicitamente admitindo algum tipo de rigidez, seja dos salários nominais, seja dos salários reais, dado que $F'(L) = \frac{W}{P}$. Neste caso, o desemprego involuntário não é um resultado obtido num contexto em que preços e salários são flexíveis, como propôs Keynes ao longo da TG. Em outras palavras, o resultado alcançado está sendo proposto em um contexto em que apenas os preços são plenamente flexíveis.

Nesse sentido, a fim de relaxar esta restrição que foi imposta ao modelo, a seção que se segue apresenta o desenvolvimento do mesmo a partir de função *custo marginal linear*, ou seja, admitindo-se custos crescentes. A idéia aqui é de que, considerando o trabalho como representativo dos custos totais das empresas, à medida que o nível de emprego aumenta os trabalhadores estarão em melhores condições de barganhar aumento de salários. Esse aumento de salário, por sua vez, leva a um aumento dos custos das firmas. Portanto, à medida que a produção aumenta, os custos tendem a ser maiores (crescentes).

⁶⁶ Isso não significa que não existe outro conjunto de parâmetros capazes de reproduzir o resultado. Significa apenas que a variação de *apenas* um desses parâmetros, mesmo que bastante reduzida, provoca alterações significativas no formato da curva de demanda e, portanto, é possível que a mesma passa a ser não representativa da intuição econômica proposta na sessão 5.1.

5.4 Modelo sob Custos Marginais Crescentes

Como demonstrado anteriormente, a matriz jacobiana do sistema é dada por:

$$J = \begin{vmatrix} B_p d_p & -B_p \\ B_y & -B_y L''(Y) \end{vmatrix}$$

onde, o determinante e o traço da matriz assumem os seguintes valores:

$$\text{Det } |J| = -B_p d_p L''(Y) B_y + B_y B_p$$

$$\text{TR } |J| = B_p d_p - B_y L''(Y)$$

Observe que, se $L'' \neq 0$, a condição de estabilidade passa a depender dos valores assumidos pelos distintos parâmetros. Para o caso em que $L'' > 0$, ou seja, supondo uma curva de custo marginal crescente, a estabilidade global do sistema requer que duas condições sejam satisfeitas, quais sejam:

$$1^\circ - \text{Condição: } d_p L''(Y) < 1$$

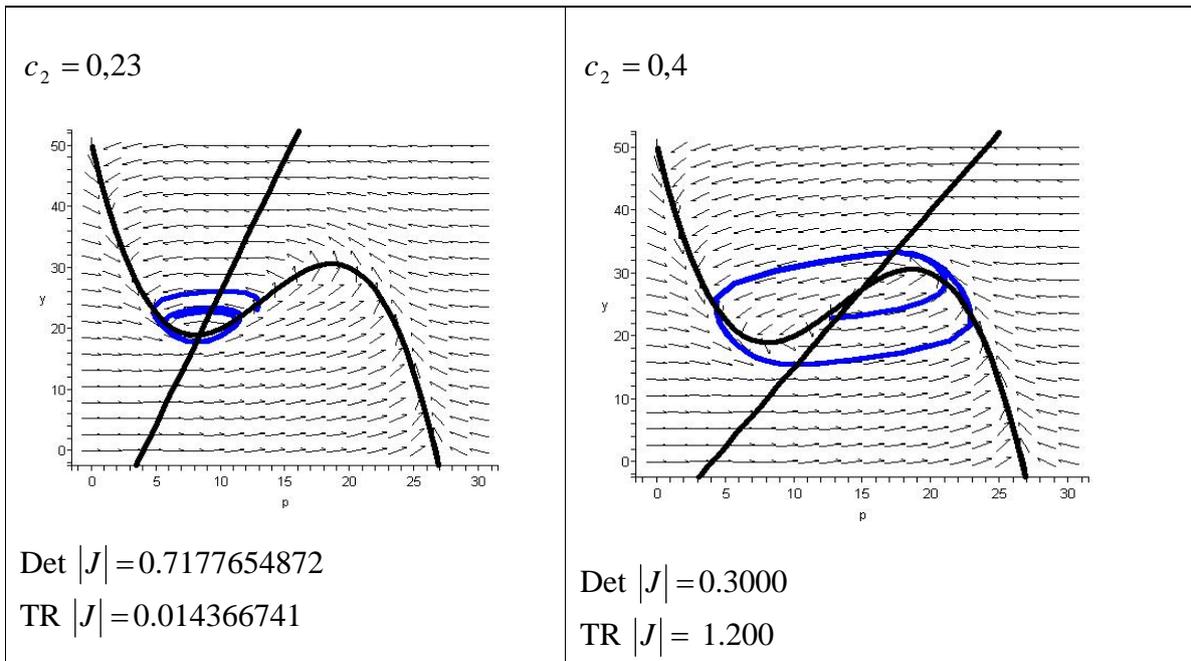
$$2^\circ - \text{Condição: } B_p d_p > B_y L''(Y)$$

Para que se satisfaçam simultaneamente estas duas condições, o essencial é de que o valor assumido pelo parâmetro L'' seja relativamente pequeno. Por exemplo, para que a primeira condição seja atendida, o valor do parâmetro L'' não pode ser superior a 0,6 (observe que o valor do parâmetro d_p é igual a 1,66).

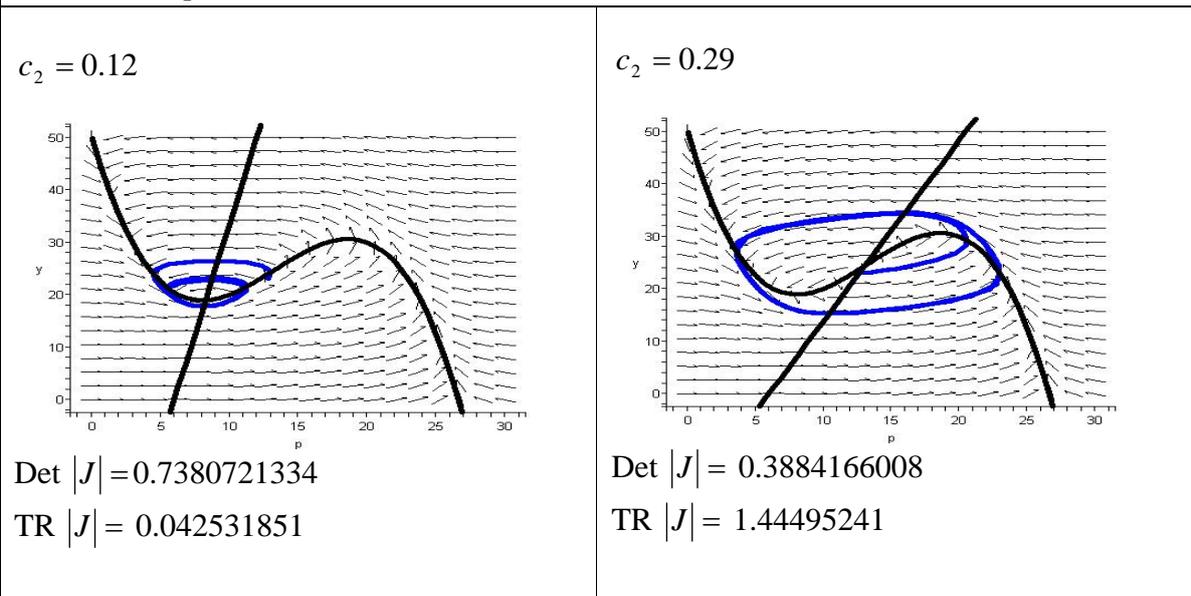
A seguir, apresentam-se várias simulações com distintos parâmetros:

Figura 5.8: Simulações do Modelo com custos marginais crescentes

Valor dos parâmetros: $d_p = 1,66$, $B_p = 1$, $B_y = 0,75$ Função custo marginal:
 $L'(Y) = 4 + c_2 Y$



Valor dos parâmetros: $d_p = 1,66$, $B_p = 1$, $B_y = 0,75$ Função custo marginal:
 $L'(Y) = 6 + c_2 Y$



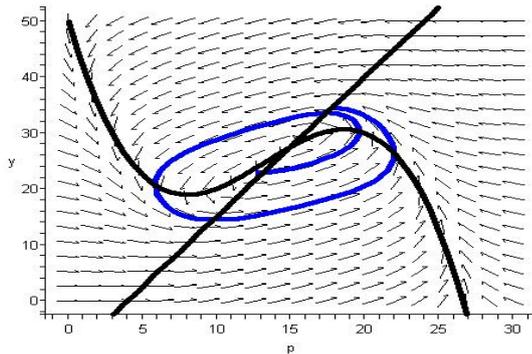
Estas simulações mostram que, sob custos crescentes, o resultado (a existência de um ciclo limite) permanece válido desde que algumas condições sejam observadas. A principal delas refere-se ao valor assumido pelo parâmetro c_2 . No primeiro exemplo em que a função custo marginal é definida como $L'(Y) = 4 + c_2 Y$, o valor deste deve ficar limitado ao intervalo $0,23 \leq c_2 \leq 0,4$. No segundo exemplo, que inclui um valor superior ao parâmetro c_1 - o termo do intercepto da curva de custo marginal - o resultado só se mantém válido se o valor de c_2 diminuir. Neste caso, a existência do ciclo requer que c_2 assuma valores no intervalo $0.12 \leq c_2 \leq .29$. Logo, observa-se que existe

uma correlação inversa entre o valor assumido por cada um desses parâmetros, ou seja, a medida que c_1 aumenta, c_2 deve diminuir.

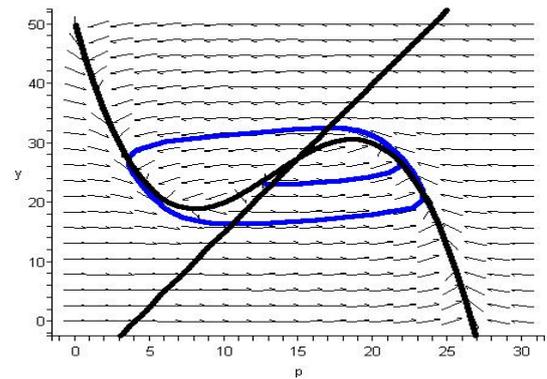
Figura 5.9: Simulações do Modelo com custos marginais crescentes com diferente velocidade de ajustamento de preço e de oferta

As simulações abaixo são feitas com base na seguinte equação de custo marginal: $L'(Y) = 4 + c_2 Y$

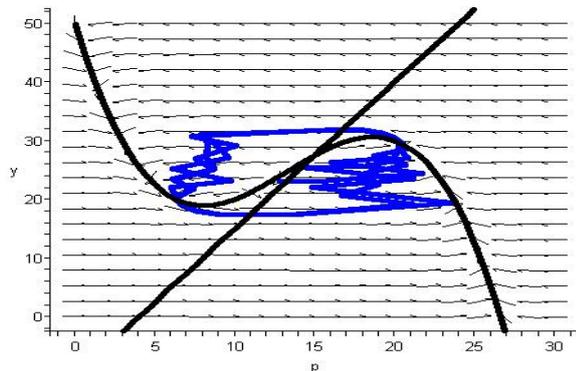
$$B_p = 0.5$$



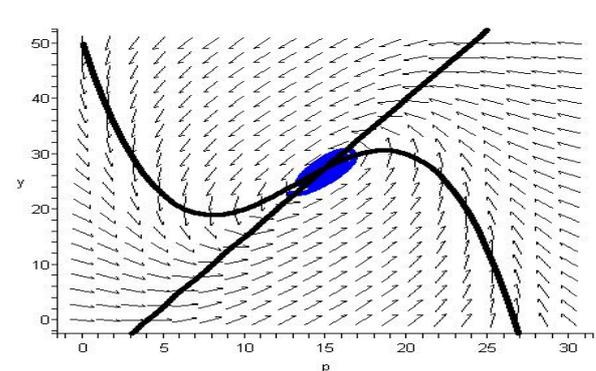
$$B_Y = 0.4$$



$$B_p = 4$$



$$B_Y = 4$$



Como mostram os diagramas de fases, variações no sentido de *diminuir a velocidade* de ajustamento tanto para a oferta quanto para os preços provocam pequenas alterações na dinâmica do modelo. Já quando a velocidade de *ajustamento aumenta*, têm-se dois comportamentos distintos. Para o caso do ajustamento de preços, quando $B_p > 5$ o resultado do modelo se perde, ou seja, o ciclo limite deixa de existir. Para o caso do ajustamento da oferta, quando este assume valores maiores o ciclo tende a se contrair.

Em síntese, observem que nesta versão do modelo com custos marginais crescentes a presença de um equilíbrio com desemprego involuntário ocorre em um contexto em que preços como os salários são plenamente flexíveis, de tal forma que o mesmo tende a reproduzir o que foi sugerido por Keynes na TG.

5.4 Considerações Finais

Ao longo deste capítulo desenvolveu-se um modelo matemático dinâmico não linear caracterizado por ser um ciclo – limite. O desenvolvimento deste teve por objetivo mostrar que a economia pode ficar, ao longo do tempo, flutuando em torno de uma posição de equilíbrio com desemprego involuntário. A demonstração deste resultado permitiu que fossem provadas duas preposições.

A primeira delas refere-se ao caráter auto-contido da instabilidade, ou seja, o fato de a mesma ser limitada. Esse resultado amplia as contribuições de autores como Amadeo (1988) e Oreiro (1997), que tinham demonstrado que se o efeito Fischer fosse maior que o efeito riqueza real o equilíbrio seria um ponto instável. O que se demonstrou com o desenvolvimento do modelo é que, assim como propuseram os autores, o ponto de equilíbrio é, de fato, um ponto de equilíbrio instável. No entanto, essa instabilidade não é explosiva. Ou seja, ao contrário do resultado ao qual chegaram estes autores de que as trajetórias assumidas pelas variáveis apresentavam comportamento explosivo/implosivo em um período finito de tempo, o modelo prevê que estas variáveis ficaram flutuando dentro de um determinado conjunto limitado de valores (bounded).

A segunda preposição mostra que nada garante que o ponto de equilíbrio corresponda ao ponto de equilíbrio com pleno emprego. Aliás, a possibilidade deste ponto ser um ponto de equilíbrio com pleno emprego é uma dentre tantas outras, de tal forma que, em geral, o mais provável é que este ponto seja caracterizado pela presença de capacidade ociosa (desemprego involuntário). Esse resultado estabelece uma crítica ao pressuposto de que existem forças endógenas que garantem a convergência da economia ao seu ponto de equilíbrio com pleno emprego, tal como preconizaram os autores da síntese neoclássica.

Os resultados acima mencionados foram alcançados com base em dois modelos: o primeiro com custos marginais constantes, o que significa dizer que se trabalha num contexto em que somente preços são flexíveis; e, o segundo, com custos marginais crescentes, ou seja, com preços e salários flexíveis. Neste caso, foi possível reproduzir as conclusões de Keynes expressas ao longo da TG, no tocante a posição de equilíbrio assumida pela economia no longo prazo. Deve-se observar que a existência do ciclo limite neste caso depende de valores específicos assumidos pelo conjunto de parâmetros.

6 | CONCLUSÃO.

Ao longo deste trabalho buscou-se retomar o debate que emergiu após a publicação da TG sobre a posição de equilíbrio de longo prazo assumido pela economia em um contexto de preços e salários flexíveis. Para Keynes, com base no princípio da demanda efetiva, a situação normal de uma economia capitalista é operar com subutilização de recursos e isso independe da hipótese da flexibilidade (ou não) de preços e salários.

Nesse sentido, buscou-se demonstrar no primeiro capítulo do presente trabalho a determinação do par produto e emprego do ponto de vista da teoria Keynesiana. Para tanto, apresentou-se o princípio da demanda efetiva mostrando que a decisão de quanto produzir e, conseqüentemente, de quanto empregar, depende das expectativas dos empresários em relação quantidade que será possível de ser vendida no mercado a determinado preço esperado. Observe que neste caso nada garante que este ponto de equilíbrio (de demanda efetiva) seja correspondente ao ponto de pleno emprego. Na verdade, a possibilidade de que isso ocorra é uma entre n casos possíveis. Logo, de acordo com essa interpretação, a condição normal da economia capitalista é aquela em que prevalece o desemprego involuntário.

Buscou-se demonstrar também, com base na argumentação de Keynes, que o ponto de demanda efetiva é o ponto que maximiza os lucros das firmas considerando-se mercados perfeitamente competitivos. Isso significa que, caso não haja mudança de expectativas, não haverá nenhum incentivo para que as firmas mudem de posição. Em outras palavras, mesmo com a presença de desemprego involuntário no mercado de trabalho, não há nenhuma tendência endógena capaz de alterar essa situação. Neste caso, mostrou-se que a condição de flexibilidade de preços e salários não é suficiente para garantir que a economia alcance no longo prazo o equilíbrio com pleno emprego.

Ainda sobre o princípio da demanda efetiva, uma vez que este depende do que é esperado pelos empresários, buscou-se demonstrar que o desemprego não surge como um fenômeno de desequilíbrio que emerge da não confirmação dessas expectativas, uma vez que, como sugeriu Keynes ao longo da TG, a teoria da demanda efetiva é substancialmente a mesma, indiferentemente da realização ou não dessas (expectativas).

A análise das críticas de Keynes aos postulados clássicos que determinavam o mercado de trabalho teve por objetivo evidenciar que, do ponto de vista do autor, havia duas incoerências na

determinação clássica deste mercado: a primeira, de ordem mais empírica, era de que não havia evidências de que uma redução dos salários reais, ocasionado pelo aumento de preços, seria acompanhado pelo aumento do desemprego em virtude do abandono por parte dos trabalhadores de seus postos de trabalho; e, segundo, da hipótese de que salário real surge como consequência da livre negociação entre trabalhadores e empresários. Segundo o autor, os trabalhadores não dispõem de meios que garantam a determinação do salário real ao valor desejado.

Posteriormente, com o intuito de analisar a influência do processo de revisão das expectativas e a determinação do equilíbrio dentro da teoria keynesiana, apresentou-se a interpretação de Dutt (1991). Segundo esta, a TG pode ser entendida com base em três diferentes modelos, a partir da interação das expectativas de curto e de longo prazo: modelo estático, modelo estacionário e o modelo com equilíbrio móvel. Nos dois primeiros modelos (utilizados ao longo dos 18 primeiros capítulos da TG), as expectativas de curto e de longo prazo são independentes e a economia converge para um mesmo ponto de equilíbrio. No terceiro modelo, admite-se interdependência entre as expectativas, de tal forma que a determinação de um ponto de um equilíbrio perde o sentido, uma vez que este tende a mudar toda vez que houver alteração nas expectativas. A formalização desse modelo, no entanto, é passível de algumas considerações, uma vez que não existem elementos suficientemente explícitos na Teoria Geral capazes de mostrar que esta formalização é coerente com as idéias de Keynes.

No terceiro capítulo, apresentaram-se os argumentos de autores que se envolveram no debate após a publicação da teoria Geral e que são os expoentes da assim chamada síntese neoclássica. Segundo esta, através do desenvolvimento de uma estrutura analítica formal é possível mostrar que as conclusões de Keynes só são válidas em um contexto em que preços e salários são rígidos. Nesse sentido, uma vez que no longo prazo prevalece a condição de *market clearing* para todos os mercados, a economia tende a convergir para o equilíbrio de pleno emprego, tal como preconizava a escola clássica. Em outras palavras, o que estes autores buscaram demonstra era de que a TG proposta por Keynes era apenas um caso especial.

O primeiro autor que questionou os resultados keynesianos foi Hicks. Segundo ele, o resultado da presença de um equilíbrio com desemprego involuntário só poderia ocorrer no caso em que a economia estivesse operando sob a armadilha pela liquidez. Nesse sentido, o que o autor propôs foi um modelo mais geral ($IS - LM$) que incluía tanto os resultados keynesianos como os resultados clássicos, a partir da formalização de duas equações sendo uma representativa do mercado de bens e outra do mercado monetário. Da interação destes dois mercados, determinam-se o produto e a taxa de juros.

Neste modelo proposto por Hicks, a teoria keynesiana era identificada como um caso especial em que elasticidade juros da demanda por moeda tendia ao infinito. Neste caso, é plenamente

possível demonstrar os resultados keynesianos da existência de um equilíbrio de longo prazo com subutilização dos recursos. Em relação ao que propôs Hicks, buscou-se argumentar que, ao contrário do pensamento convencional, Keynes não aceitou plenamente o modelo $IS - LM$, uma vez que ele criticou a representação da economia clássica que estava sendo empregada no mesmo.

Em desenvolvimento posterior ao trabalho de Hicks, Modigliani buscou demonstrar que o resultado proposto por Keynes, a exceção do caso da armadilha pela liquidez, depende da existência de algum tipo de rigidez de preços e/ou de salário. Mais especificamente, a partir da construção de um modelo de equilíbrio o autor demonstra que prevalecendo a flexibilidade de preços e salários continuam válidos os resultados propostos pela economia clássica. A partir desse resultado, a economia keynesiana passou a ser considerada pela literatura como a economia dos preços rígidos.

Uma outra exceção ao resultado de Modigliani, além daquela proposta por Hicks, ocorre quando a função investimento tende a ser juros-inelástica. Neste caso, a situação de pleno emprego só possa ser alcançada com taxa de juros negativa. Como esse é um resultado *non - sense*, o equilíbrio que prevalece é aquele em que no longo prazo a economia opera com capacidade ociosa de recursos.

Na seqüência do debate, Pigou e Patinkin mostraram que os resultados keynesianos da presença de equilíbrio com desemprego involuntário no caso da armadilha pela liquidez e no caso da função investimento juros inelástica, só foram alcançados por Keynes porque o mesmo ignorou a variável riqueza na especificação função consumo. Neste caso, quando a função consumo passa a depender desta variável, uma deflação de preços acaba gerando um efeito positivo sobre a demanda agregada (efeito riqueza real). Dessa forma, garantidas as condições de flexibilidade de preços e salários, esse efeito garante que, em tese, no longo prazo a economia converge para um ponto de equilíbrio com plena utilização dos recursos.

Deve-se considerar que as discussões, envolvendo principalmente Hicks e Modigliani, referem-se a um debate sobre a possibilidade de existência do ponto de equilíbrio, ou seja, estes autores interpretam a teoria keynesiana como uma teoria que busca negar a existência do ponto de pleno emprego. Como argumentou-se, essa interpretação da TG não é correta, uma vez que o que Keynes buscou enfatizar ao longo da TG é de que não existe forças capazes de re-estabelecer o pleno emprego, caso a economia tenha se afastado dessa posição em virtude de algum choque de oferta ou de demanda. Já a discussão que se estabeleceu em torno do efeito riqueza real que, em outras palavras, refere-se a discussão sobre a possibilidade de *convergência* ao ponto de equilíbrio, está mais de acordo com os argumentos propostos por Keynes na TG, em especial, ao longo do capítulo 19 da referida obra.

Em síntese, o que buscou mostrar é que, com a introdução na análise do efeito riqueza real, a economia Keynesiana passou a ser interpretada como um caso particular da economia clássica, uma

vez que a atuação desse efeito garante a existência de forças endógenas capazes de fazer com que a economia convirja para o seu equilíbrio de longo prazo, caso ela tenha se afastado momentaneamente do mesmo. Entretanto, como sugeriu Keynes - e como foi observado na formalização proposta por Oreiro (1997) - esta hipótese é altamente contestável, uma vez que a deflação dos salários nominais também gera efeitos recessivos na economia, os quais, se suficientemente fortes, podem neutralizar e até mesmo reverter o efeito riqueza real.

Observe que a medida que os efeitos negativos de uma deflação de preços sobre a demanda agregada são introduzidos na análise, tal como foi proposto por Oreiro (1997), a dinâmica de equilíbrio passa a descrever uma trajetória instável, ou seja, qualquer afastamento do ponto de equilíbrio provoca uma dinâmica explosiva, em que as variáveis passam a assumir valores extremos em um espaço finito de tempo. Ressalta-se que o problema desse tipo de abordagem é que essa dinâmica revela-se contra-factual, ou seja, não encontra respaldo na evidência empírica e, portanto, é um resultado “pouco interessante” do ponto de vista da teoria econômica.

No quarto capítulo, buscou-se fazer uma revisão da análise de estabilidade e de alguns conceitos relevantes para o entendimento do modelo que estava sendo proposto. Mais especificamente, buscou-se demonstrar que a análise do sistema econômico a partir de relações lineares é bastante limitada, uma vez que este sistema caracteriza-se como sendo não linear. Em outras palavras, a análise linear falha em representar o sistema econômico quando o ponto de equilíbrio é um ponto instável já que neste caso as variáveis tendem *matematicamente* a assumir valores extremos. Como foi observado, no sistema econômico existem restrições naturais que impedem que as variáveis econômicas assumam tais valores.

Neste caso, uma vez que o valor assumido (pelas variáveis) tende a ficar flutuando entre em conjunto específico de valores, a análise a partir de relações não lineares mostra-se mais apropriada, dado que assim passa a ser possível representar este tipo de comportamento a partir de modelos formais.

Uma classe especial de modelos que surge como consequência da não linearidade é os classificados como ciclo limite. Esta classe de modelo tem, entre outras, a característica de ser descritos por ciclos estáveis, onde as oscilações de amplitude e frequência tendem a manterem-se constantes mesmo na presença de perturbações.

As implicações formais que garante a existência dessa classe de modelos estão fundamentalmente baseado na demonstração do *Teorema de Poincaré- Bendixson*. Este teorema estabelece as condições necessárias e suficientes para a existência de um ciclo limite. Entretanto, deve-se considerar que a demonstração deste não garante a unicidade do ponto de equilíbrio, ou seja, podem existir vários ciclos em uma mesma análise (modelo).

Deve-se considerar ainda, que as implicações matemáticas envolvidas na demonstração deste tipo de comportamento (ciclo limite) envolve um conjunto de definições e teoremas sobre os quais o modelo em consideração deve ser analisado. No entanto, quando utiliza-se recursos não lineares na formalização dificuldades adicionais são impostas a análise, de tal forma que a solução pode tornar-se extremamente complicada ou mesmo impossível. Neste caso, muitas vezes a solução só é obtida a partir de programas computacionais.

Por fim, na última seção do quarto capítulo apresentou-se o modelo de Jarsulic (1989). Este caracteriza-se como um exemplo da aplicação econômica deste tipo de abordagem, qual seja, da utilização de relações não lineares e da emergência de modelos caracterizados como ciclo-limite. A conclusão final deste modelo mostra que as decisões dos bancos - em conjunto com as decisões de acumulação - podem combinar-se de tal forma a gerar ciclos de crescimento auto-sustentados.

No quinto e último capítulo, desenvolve-se um modelo matemático com o objetivo de mostrar que é possível que a economia fique flutuando em torno de uma posição de equilíbrio de longo prazo em que prevalece a capacidade ociosa dos recursos disponíveis. Neste caso, como o modelo utiliza-se de uma função demanda agregada não linear, apresentou-se os argumentos que justificam a utilização da mesma. A intuição econômica para este tipo de formalização são os argumentos apresentados no capítulo 19 da TG, e o objetivo é formalizar a idéia de que, dado que os efeitos positivos e negativos de uma deflação de preços sobre a demanda ocorrem simultaneamente, é possível que para um intervalo intermediário de preço o efeito negativo (efeito Fischer) seja superior aos efeitos positivos, de tal forma que neste intervalo a referida curva passe a ter inclinação crescente no plano preço e quantidade.

A justificativa para esta situação, conforme sugeriu Fischer (1933), é a de que em uma economia onde parcelas significativas das firmas encontram-se endividadas, uma deflação de preços pode causar um aumento no valor real dessas dívidas. Esse aumento pode comprometer a situação operacional de muitas dessas firmas, de tal forma que pode acabar levando grande parte das mesmas ao “*encerramento*” de suas atividades. O fechamento dessas firmas, por sua vez, provoca redução do emprego, dos investimentos e, conseqüentemente, da renda, de tal forma que o impacto sobre a demanda agregada de uma deflação de preços torna-se negativo. Todavia, este efeito tende a se exaurir a medida que a deflação de preços continuar, porque as empresas que não suportaram manter suas atividades já saíram do mercado, não havendo, portanto, novas reduções na demanda agregada. A partir desse ponto, uma deflação de preços passa a ser acompanhada por efeitos positivos sobre a mesma.

A formalização do modelo foi apresentada de duas diferentes formas: a primeira, utilizando-se de uma função *custo (oferta) total linear* e, a segunda, de uma função *custo marginal linear*. Nesse sentido, a partir de duas equações diferenciais que descrevem um ajustamento walrasiano, o modelo

caracterizou-se por apresentar uma dinâmica definida com sendo um *ciclo-limite*. Em outras palavras, o modelo caracterizou-se por ter um ponto de equilíbrio localmente instável, porém globalmente estável.

Através do desenvolvimento deste modelo não linear foi possível demonstrar que a economia opera no longo prazo com subutilização de recursos. Mais especificamente, a partir da formalização dos argumentos propostos por Keynes no capítulo 19 da TG, é possível demonstrar a conclusão proposta pelo autor, qual seja, de que a economia é caracterizada no longo prazo por um equilíbrio em que prevalece o desemprego involuntário.

Deve-se destacar, no entanto, que quando o modelo foi proposto a partir de uma função custo marginal constante, os resultados são alcançados em um contexto em que somente os preços são flexíveis. Mais especificamente, o resultado derivado do modelo de que no longo prazo é possível que a economia fique operando em torno de uma posição de equilíbrio que não a de pleno emprego, é obtido em um contexto em que os salários são considerados rígidos. Neste caso, o resultado não esta de acordo com o propôs Keynes, pois como foi demonstrado anteriormente o desemprego involuntário era condição que independia da hipótese de rigidez salarial.

Esse problema foi resolvido ao considerar-se uma função custo marginal crescente, uma vez que neste caso introduz-se na análise a flexibilidade salarial. A hipótese para este tipo de função é de que, sendo o trabalho o principal componente dos custos das empresas e sendo o salário uma função inversa da taxa de desemprego, toda vez que o emprego aumenta os trabalhadores tem maior poder de barganha para negociar salários. Em outras palavras, quando o produto aumenta, a taxa de desemprego diminui, e os trabalhadores se sentem mais “confortáveis” para negociarem um aumento no salário nominal.

Nesse contexto, a formalização deste modelo com preços e salários flexíveis permite a obtenção de dois resultados: o primeiro, é no sentido de ampliar as conclusões de trabalhos de autores como Amadeo (1988) e Oreiro (1997), que mostraram que caso os efeitos negativos de uma deflação de preços sobre a demanda agregada fossem maiores que os efeitos positivos, o ponto de equilíbrio seria um ponto instável. A contribuição está em mostrar, ao contrário do que foi proposto por estes, de que essa instabilidade é não explosiva. A segunda contribuição, refere-se a *demonstração* de que existe, num contexto de preços e salários flexíveis, um ponto de *equilíbrio com desemprego involuntário ao qual a economia pode ficar “presa” (flutuando) ao longo do tempo*.

Nesse sentido, a conclusão do trabalho alinha-se com as da teoria Keynesiana, pois a partir da formalização dos argumentos de uma deflação de preços sobre a demanda agregada, proposto por Keynes, foi possível demonstrar duas preposições - quanto ao comportamento da economia – sugeridas pelo autor: i) de que a economia é inerentemente instável, sendo esta instabilidade

limitada; e, ii) de que, como norma geral, é de se esperar que no longo prazo a economia opere com sub-utilização de recursos. Essas interpretações são evidenciadas nas palavras do autor, onde ele sugere que:

“An outstanding characteristic of the economic system in which we live that, whilst it is subject to severe fluctuations ... it is not violently unstable. Indeed it seems capable of remaining in a chronic condition of sub-normal activity for a considerable period” (CWJMK, Vol. VII, p.249).

O desafio que surge para futuros trabalhos é tentar integrar o resultado alcançado com a idéia da não neutralidade da moeda. Ou seja, tentar mostrar que a condução da política monetária - assim como propôs Keynes ao longo do capítulo 17 da TG, pode exercer um papel ativo na determinação do estoque de capital de longo prazo. Mais especificamente, um papel ativo no que se refere aos seus efeitos sobre o nível de produto e, conseqüentemente, sobre o nível de emprego.

7 | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

AMADEO, E. **Desemprego, Salários e Preços: um estudo comparativo de Keynes e do pensamento macroeconômico da década de 1970**. Rio de Janeiro: BNDES, 1982.

AMADEO, E. **Keynes Principle of Effective Demand**. Edward Elgar, 1988

____. As diferentes facetas da rigidez e flexibilidade dos salários na análise Keynesiana. **Revista de Economia Política**, vol. 8, nº. 1, janeiro/ março 1988.

BARKLEY, Jr. R. Complex Dynamics and Post Keynesian economics. forthcoming in **Complexity, Endogenous Money and Macroeconomics: Essays in Honour of Basil J. Moore**, edited by Mark Setterfield, London: Routledge, 2005.

BLATT, J. M. **Dynamic economic systems: A post-Keynesian approach**. Armonk: M.E. Sharpe, 1983.

AZARIADIS, C. **Intertemporal Macroeconomics**. Cambridge: Blackwell, 1993.

BELTRAMI, E. **Mathematics for Dynamic Modeling**. New York: Harcourt Brace Jovanovich, 1987.

CARABELLI, A. M. *On Keynes's method*. London: Macmillan Press, 1988.

CHANG, W. W., SMYTH, D. J. The existence and persistence of cycle in a non-linear model: Kaldor's 1940 model re-examined. **Review of Economic Studies**, v. 38, p. 37-44, 1971.

CHICK, V. **Macroeconomics After Keynes**. Philip Alan, Oxford, 1983.

____. Keynes's theory of investment: a necessary compromise. In: DOW, S. C; HILLARD, J, **Keynes, uncertainty and the global economy: beyond Keynes**, v. 2. Cheltenham (UK) and Northampton, MA (USA):Edward Elgard, 2002, p.55-67.

DAVIDSON, P. Reality and economic theory. **Journal of Post Keynesian Economics**, v.18, n. 4, p. 479-508, summer 1996.

____. Post Keynesian employment analysis and the macroeconomics of OECD unemployment. **The Economic Journal**, v. 108, p. 817-831, may 1998.

____. Colocando as evidências em ordem: Macroeconomia de Keynes *versus* velho e novo Keynesianismo. In, Lima, G. T (org), **Macroeconomia Moderna: Keynes e a Economia Contemporânea**. Editora Campus, Rio de Janeiro, 1999.

DARITY, W. & YOUNG, W. On rewriting chapter 2 of The General Theory, em G. C. Harcourt & P. Riach (eds) **A Second Edition of The General Theory**, Vol. 1, Routledge [cap. 3], 1997.

DE VROEY, M. Marshall versus Walras on Equilibrium and Time. Département des Sciences Économiques de l'Université catholique de Louvain, **Discussion Paper**, 2005-47.

- DOW, S. **Macroeconomic Thought. A Methodological Approach**, Basil Blackwell, Cambridge, 1985.
- DORNBUSCH, R., FISCHER, S. **Macroeconomia**. 2. ed. São Paulo: Makron Books e McGraw-Hill, 1991.
- DUNN, S. P. Wither post Keynesianism? **Journal of Post Keynesian Economics**, v.22, n.3, p.342-364, spring 2000.
- DUTT, A. K. Expectations and Equilibrium: implications for Keynes, the neo-Ricardian Keynesians, and the Post Keynesians. **Journal of Post Keynesian Economics**, vol. 14, nº 2, 1991.
- FERRARI FILHO, F. Keynes e a atualidade da teoria Keynesiana. **Revista Análise econômica**, ano 15, nº 28, setembro 1997.
- FERREIRA, A. N. Teoria Macroeconômica e Fundamentos Microeconômicos. Tese de doutoramento apresentada ao Instituto de Economia da UNICAMP, Novembro de 2003.
- FERREIRA, A. N., FRACALANZA, P.S. Visões do Capitalismo e *Rationale* de duas Políticas de Emprego Contemporâneas. **Economia e Sociedade**, Campinas, v. 15, n. 2 (27), p. 241-267, ago. 2006.
- FILHO, E. T. T. A economia monetária, a poupança e o financiamento do *Tratado à Teoria Geral*. **Revista de Economia Política**, vol. 11, nº. 2 (42), abril/ junho 1991.
- FISCHER, I. **The Purchasing Power of Money**. Augustus M. Kelley, Bookseller, Nova York, 1963.
- FLACHEL, P., FRANKE, R., SEMMLER, W. **Dynamic macroeconomics instability, fluctuation, and growth in monetary economies**. Cambridge University Press , 1997.
- FRIEDMAN, M. The Role of Monetary Policy. **American Economic Review**, vol.58, March: pp1-17, 1968.
- _____. Inflação e desemprego: a novidade da dimensão política. **Literatura Econômica**, v. 7, n. 3, 1985
- GANDOLFO, G. Economic dynamics: study edition. Berlim: **Springer-Verlag**, 1997.
- GONZÁLEZ CALVET, J. & SÁNCHEZ CHÓLIZ, J. Notes on Jarsulic's endogenous credit and endogenous business cycles, **Journal of Post Keynesian Economics**, vol. 16, nº 4, pp. 605-618, 1994.
- GONZÁLEZ CALVET, J. "Los ciclos: aspectos reales y financieros", en Bricall & De Juan, cap. 4, pp. 137-172, 1999.
- GOODWIN, R.M. "A growth cycle", en C.H. Feinstein (ed): **Socialism, capitalism and economic growth**, London, MacMillan, pp. 165-170, 1967.
- GLAHE, F.R. *Macroeconomics: Theory and Policy*, New York: Harcourt Brace Jovanovich, 1973.
- HALE, J. K., KOÇAK, H. **Dynamics and bifurcations**. New York: Springer-Verlang, 1991.
- HARROD, R.F. An essay in dynamic theory. **Economic Journal**, v. 49, p. 14-33, 1939..

HERSCOVICI, A. O modelo de Harrod: natureza das expectativas de longo prazo, instabilidade e não-linearidade. **Economia e Sociedade**, Campinas, v. 15, n. 1 (26), p. 29-55, jan./jun. 2006.

HIRSCH, M. & SMALE, S. **Differential equations, dynamical systems and linear algebra**, Boston, Academic Press, 1974.

ICHIMURA, S.. Notes on Non-Linear Business Cycles Theories. **Osaka Economic Papers**, mar., 1954.

JARSULIC, M. Endogenous credit and endogenous business cycles, **Journal of Post Keynesian Economics**, vol. 12, nº 1, pp. 35-48, 1989.

KALDOR, N. A model of Trade Cycle. **Economic Journal**, v. 50, p. 78-92, 1940.

___. A comment. **Review of Economic Studies**, v. 38, p. 45-46, 1971.

KEYNES, J. M. A Tract on Monetary Reform. London: Macmillan (the collected Writings of John Maynard Keynes, vol. 4), 1971.

___. **A treatise on Money**. Macmillan At. Martin's Press Ltda., Londres, vol. I, 1971.

___. **The General Theory of Employment, Interest and Money**. Macmillan . Londres, 1973 [ed. original: 1936].

___. **A Teoria Geral do Emprego, do Juro e da Moeda** . Atlas, São Paulo, 1982.

KEYNES, J. M. "Letter to J.R. Hicks" in **The Collected Writings of J. M. Keynes**, vol. XIV, The General Theory and After: Part II Defence and Development, London: Macmillan for the Royal Economic Society: 79-81, ([1937] 1973g).

KEYNES, J. M. Ex Post And Ex Ante in **The Collected Writings of J. M. Keynes**, vol. XIV, The General Theory and After: Part II Defence and Development, London: Macmillan for the Royal Economic Society: 79-81, ([1937] 1973).

KALECKI, M. **Selected Essays on the Dynamics of the Capitalist Economy**. Cambridge University Press , 1971

KREGEL, J. Economic Methodology in face of uncertainty: the modeling methods of Keynes and Post- Keynesians. In: **Economic Journal**, v. 86, n. 342, 1976.

LAWSON, T. Connections and distinctions: post-keynesianism and critical realism. **Journal of Post Keynesian Economics**, v. 22, n.1, fall 1999.

LIMA, L. A. A Teoria do Dinheiro em Uma Economia monetária: a Análise de Keynes. In: **Macroeconomia do emprego e da renda: Keynes e o Kenesianismo**. Org: LIMA, G. T. e SICSÚ, J. São Paulo, ed. Manole Ltda, 2003.

___. As Funções IS-LM e a neoclassização do pensamento de Keynes. In: **Revista de economia Política**, v. 9, n.2, 1989.

LIMA, G. T. O Império Contra – Ataca: A Macroeconomia de Keynes e a Síntese Neoclássica. In: **Macroeconomia do emprego e da renda: Keynes e o Kenesianismo**. Org: LIMA, G. T. e SICSÚ, J. São Paulo, ed. Manole Ltda, 2003.

LIMA, J. H. A Teoria Quantitativa nas Obras de Keynes. *In: Ensaios sobre Economia Política Moderna: teoria e história do pensamento econômico*. Org: AMADEO, E. J. São Paulo, ed. Marco Zero, 1989.

LOPES, C. M. IS-LM: mitos, controvérsias e enigmas. **Revista Brasileira de economia**, vol 46 (1): 25-33, Rio de Janeiro, Jan./mar. 1992.

LORENZ, H. W. Analytical and Numerical Methods in Nonlinear Systems in Keynesian Macroeconomics in Semmler, W. (Org). **Business Cycles : Theory and Empirical Methods**. Kluwer Academic Publishers: Londres, 1994.

NAVARO, J. G. No Linealidad y Dinámica Económica: Algunos Comentarios. **Revista Venezolana de Análisis de Coyuntura**, 2002, Vol. VIII, No. 2 (jul-dic), pp. 33-43.

OREIRO, J. L. Preferência pela Liquidez e escolha de Portifólio: estabelecendo os micro fundamentos da não-neutralidade no longo-prazo. *Análise Econômica*. UFRGS, 17(32), pp.87-108. 1999

____. Flexibilidade Salarial, Equilíbrio com Desemprego e Desemprego de Desequilíbrio. **Revista Brasileira de Economia**, vol. 51, 1997.

____. Economia Pós-Keynesiana: Origem, Programa de Pesquisa, Questões Resolvidas e Desenvolvimentos Futuros. **Texto para discussão**, CMDE/UFPR, 2006a.

____. O princípio da Demanda Efetiva. **Mimeo**, 2006b.

MIRANDA, L. Os Postulados (neo)clássicos do emprego e a determinação dos salários em Keynes. **Revista de Economia Política**, Vol 11, nº 4, Out-Dez – 1991.

MODIGLIANI, F. Liquidity Preference and the Theory of Interest and the Money. *In: Econometrica*, n. 12, 1944.

MOLLO, M. de L. R. Ortodoxia e Heterodoxia Monetárias: a questão da neutralidade da moeda. **Revista de Economia Política**, 2005.

MORGAN, B. **Monetarists and Keynesians: Their Contribution to Monetary Theory**, London: Macmillan, 1978.

NUNES, S. P.P; NUNES, R. Da C. Mercado de trabalho em Keynes e o papel da rigidez de salários nominais. **Revista de Economia Política**, vol. 17, nº. 3 (67), julho/ setembro 1997.

PATINKIN, D. “Flexibilidade de preços e pleno emprego”. *In* Shapiro, E., **Análise macroeconômica: Leituras Seleccionadas**, São Paulo, Atlas.

____. **Money, Interest and Prices** . Harper & Row, Nova York, 1965

PIGOU, A.C. The Classical Stationary State. **Economic Journal**, vol.53, n.212, 1943.

____. The Value Of Money. **Quarterly journal of Economics**, Cambridge, Mass., USA, vol. XXIV, nº 1, nov/ 1917.

PARRINELLO, S. The price level implicit in Keynes’s effective demand. *In: Jornal of Post Keynesian Economics*, v. 3, n. 20, 1980.

POSSAS, M. L. Para uma Releitura Teórica da Teoria Geral. In: **Macroeconomia do emprego e da renda: Keynes e o Kenesianismo**. Org: LIMA, G. T. e SICSÚ, J. São Paulo, ed. Manole Ltda, 2003.

SARGENT, T. **Macroeconomic Theory**. Academic Press : San Diego, 1987.

SERRANO, F. Estabilidade nas abordagens clássica e neoclássica. **Economia e Sociedade**, Campinas, v. 12, n. 2 (21), p. 147-167, jul./dez. 2003.

SILVA, A. C. M. A economia de Keynes e a “Armadilha do Equilíbrio”. In: **Macroeconomia do emprego e da renda: Keynes e o Kenesianismo**. Org: LIMA, G. T. e SICSÚ, J. São Paulo, ed. Manole Ltda, 2003.

SILVEIRA, J. J. Abordagem dos Ciclos Endógenos: uma resenha da modelagem dos ciclos de negócios fundamentada no conceito de ciclo limite e no teorema de Poincaré-Bendixson. Dissertação de Mestrado aprovada junto ao Programa de Pós Graduação em Economia da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Brasil, 1999.

SHONE, R. **Economic Dynamics: Phase Diagrams and Their Economic Application**. Cambridge University Press, Second Edition, 2002.

SNOWDON, B; VANE, H. **Modern Macroeconomics: Its Origins, Development and Current State**. Edward Elgar, 2005

SNOWDON, B et alli . **A modern guide to macroeconomics** . Edward Elgar, Aldershot, 1994.

STIGLITZ, J.E. ‘Methodological Issues and the New Keynesian Economics’, in A. Vercelli and N. Dimitri (eds), **Macroeconomics: A Survey of Research Strategies**, Oxford: Oxford University Press, 1992.

TOBIN, J. **Keynesian models of recession and depression**. American Economic Review, vol 65, n.2., 1975

____. **Asset accumulation and economic activity**. Basil Blackwell . Oxford, 1981.

____. Price Flexibility and Output Stability : an old Keynesian View. Journal of Economic Perspectives, 1993.

VENEZIANI, R. Structural Stability and Goodwin’s A Growth Cycle. A Survey. [Acessado em março de 2006]. Disponível em http://www.entelugieinaudi.it/pdf/Pubblicazioni/Temi/T_24.pdf), 2001.

VERHULST, F. **Nonlinear differential equations and dynamical systems**. Berlin: Springer-Verlag, 1990.

8 | ANEXOS.

ANEXO A - Economia Keynesiana e a Lei de Walras⁶⁷

A Lei de Walras, construída a fim de obedecer a restrição orçamentária, estabelece que a soma do excesso de demanda em todos os mercados deve ser zero. Ou seja, que o excesso de oferta em um mercado deve ter como contrapartida o excesso demanda de outro mercado.

Nesse sentido, afirma-se frequentemente que um importante aspecto do modelo keynesiano é o fato de ele violar a lei de Walras: neste caso, o excesso de oferta de trabalho não é balanceado pelo excesso de demanda em nenhum outro mercado. No entanto, deve-se fazer algumas considerações a respeito dessa afirmação.

Primeiramente, deve-se considerar que as famílias possuem dois tipos de restrições: uma restrição de estoque (alocação da riqueza) e uma restrição de fluxo (alocação da renda disponível). Em relação à primeira, as famílias enfrentam a seguinte restrição:

$$\frac{B^D + V^D + M^D}{P} = \frac{B + V + M}{P} = (W) \quad (8.1)$$

em que B , V , M representam, respectivamente, a alocação em títulos, ações, moeda. O sobrescrito associado a variável representa os valores desejados, e P representa o nível geral de preços.

Reescrevendo a equação (8.1), tem-se:

$$\frac{M^D}{P} - \frac{M}{P} = \frac{B - B^D}{P} + \frac{V - V^D}{P} \quad (8.2)$$

onde o excesso de demanda por moeda iguala-se a soma do excesso de oferta por títulos e ações. Esta é a forma da lei de Walras para o estoque de ativos do modelo.

Em adição a restrição de estoque, as famílias têm uma restrição de fluxo, que pode ser representada como:

$$C + S = Y_D \quad (8.3)$$

onde Y_D = renda disponível desejada, C = consumo e S = poupança. A equação (8.3) mostra que as famílias podem alocar a renda disponível entre consumo e poupança.

Segundo Sargent (1987, pág. 18), considerando a inflação igual a zero, a renda disponível desejada pode ser definida como o valor real dos pagamentos de salários ($wP^{-1}N$) mais o

⁶⁷ Esta seção está amplamente baseada em Sargent (1987).

dividendos pagos pelas firmas (que é igual ao fluxo de caixa das firmas se elas não retém lucros) $(Y - wp^{-1}N - \delta K)$ menos as taxas recolhidas pelo governo (T) mais a taxa de crescimento do valor real das ações $(q \dot{K} + K \dot{q})$ menos a taxa com que as firmas estão emitindo ações para financiar o investimento (\dot{K}) . Assumindo que $\dot{q} = 0$ e $\dot{K} = 0$, a renda disponível esperada pode ser escrita pela seguinte equação⁶⁸:

$$Y_D^* = Y - \frac{w}{p}N - \delta K + \frac{w}{p}N - T \quad (8.4)$$

Observe que, Y e N são determinados pela oferta e pela demanda agregada de trabalho⁶⁹, sendo ambas funções de w/p . Ao salário w/p os trabalhadores estão dispostos a oferecer o montante de trabalho $N^s(w/p)$. Consequentemente, a renda disponível desejada (como função de w/p) pode ser reescrita como;

$$Y_D^* = Y - \frac{W}{P}N - \delta K + \frac{W}{P}N^s\left(\frac{W}{P}\right) - T$$

$$Y_D^* = Y - \frac{W}{P}\left(N - N^s\left(\frac{W}{P}\right)\right) - \delta K - T \quad (8.5)$$

Neste caso, por renda disponível desejada entende-se a o montante de renda consistente com a quantidade que as firmas e as famílias estão hábeis a transacionar ao salário desejado w/p . Supondo que essa renda (Y_D^*) é igual $C + S$ (essa hipótese não é feita no modelo Keynesiano), então:

$$C = Y - \frac{W}{P}\left(N - N^s\left(\frac{W}{P}\right)\right) - \delta K - T - S \quad (8.6)$$

A demanda agregada Y_A é definida como;

$$Y_A = C + \dot{K} + G + \delta K \quad (8.7)$$

Substituindo (8.6) em (8.7);

$$Y_D^* = Y - \frac{W}{P}\left(N - N^s\left(\frac{W}{P}\right)\right) - \delta K - S - T + \dot{K}$$

e, sabendo que a restrição orçamentária do governo é dado por $(p(G - T) = \dot{M} + \dot{B})$;

⁶⁸ Este conceito de renda disponível torna o produto igual a taxa em que a sociedade espera poder consumir enquanto vive mantendo a sua riqueza real intacta (equação 8.1)

⁶⁹ Considerando-se o modelo clássico.

$$Y_D^* - Y = \frac{W}{P} \left(N^s \left(\frac{W}{P} \right) - N \right) + \left(\dot{K} + \frac{\dot{M}}{P} + \frac{\dot{B}}{P} - S \right) \quad (8.8)$$

A equação (8.8) é a equação que descreve a Lei de Walras para a restrição de fluxo. O excesso de demanda de bens ($Y_A - Y$) é igual a soma do excesso de oferta de trabalho a determinado salário real e o excesso da taxa de acumulação de ativos $\left(\dot{K} + \dot{M}/P + \dot{B}/P \right)$ sobre a taxa de acumulação desejada (S).

No entanto, esta Lei não se mantém no modelo keynesiano. Isso porque, em equilíbrio o modelo determina que $N^s \left(\frac{w}{p} \right) > N$, enquanto que ao mesmo tempo $Y_A = Y$ e $S = \left(\dot{K} + \dot{M}/P + \dot{B}/P \right)$. A razão para a aparente violação da Lei de Walras, segundo Sargent (1987), está no fato de que o modelo de Keynes não impõe a restrição de fluxo na forma $C + S = Y_D^*$, que é a forma necessária para derivar a equação de Walras acima (equação 8.8). No lugar desta, o modelo keynesiano admite que $C + S$ é igual a atual renda disponível Y_D , onde esta é definida tomando o componente da renda do trabalho como sendo $\left(\frac{w}{p} \right) N$. Neste caso, N é o montante de emprego atual determinado pela demanda agregada.

A partir dessa definição, a renda disponível pode ser representada como:

$$Y_D^* = Y - \frac{w}{p} N - \delta K + \frac{w}{p} N - T = Y - \delta K - T \quad (8.9)$$

Logo, a função consumo pode ser definida pela equação que se segue;

$$C = Y - \delta K - T - S \quad (8.10)$$

Substituindo a equação (8.10) na equação de demanda agregada, tem-se:

$$Y_D = C + \dot{K} + G + \delta K = Y - T + G - S + \dot{K} \quad (8.11)$$

onde, utilizando a definição da restrição orçamentária do governo é possível mostrar que;

$$Y_D^* - Y = \left(\dot{K} + \frac{\dot{M}}{P} + \frac{\dot{B}}{P} - S \right) \quad (8.12)$$

A equação (8.12) é a equação que representa a Lei de Walras para a restrição de fluxo no modelo Keynesiano. Observe a ausência da condição de equilíbrio no mercado de trabalho. Essa ausência é decorrente de ter-se usado como conceito para a renda disponível a renda atual do trabalho, em vez da renda desejada (ofertada) pelo trabalho em determinado tempo ao salário real vigente.

ANEXO B - Ajustamento Walrasiano *versus* ajustamento Marshalliano

O objetivo dessa seção é apresentar uma breve discussão sobre o processo de ajustamento econômico nas abordagens de Marshall e de Walras. Mais especificamente, algumas diferenças que caracterizam cada uma dessas abordagens. Nesse sentido, não será feita uma análise detalhada de cada processo e, sim, a apresentação de algumas das diferenças que as caracterizam, bem como a formalização dessas abordagens encontradas em Tobin (1975).

Primeiramente, deve-se destacar que existe uma série características que diferenciam as duas abordagens. Entre elas, segundo Hammonh *apud* De Vroey (2005), deve-se levar em consideração que a teoria de Marshall é orientada no seguinte sentido: i) o foco de análise são os problemas de relevância empírica; ii) o início da análise tem como ponto de partida problemas que estão ancorados em fatos observados e relacionados; iii) a estrutura de análise é dedicada a um problema específico; e, iv) as considerações matemáticas não ocupam lugar dominante na análise. Por outro lado, a teoria de Walras tende a ser mais geral, mais abstrata e menos conectada com os problemas do mundo (empírico), além da teoria ser construída com ênfase na consistência lógica e da elegância matemática.

Em segundo lugar, deve-se destacar que a diferença fundamental esta relacionada a forma como os autores buscam entender a economia como um todo. Nesse sentido, Marshall enfatiza que o entendimento deve partir do estudo de mercados isolados, enquanto que, para Walras, a economia deveria ser estudada a partir da análise em conjunto de todos os mercados. Para efetuar esta análise, o autor parte de uma economia mais rudimentar possível, formada por dois únicos bens. A separação dos mercados não entra na análise e a economia passa a ser vista, de um lado, como um único mercado formado por todos os agentes e, por outro, com um único mercado representativo de todos os bens e serviços.

A partir dessa diferenciação, novas diferenças surgem da análise desses dois autores, tais como:

- i) *Em relação ao conceito de equilíbrio.* No modelo de Walrasiano um simples conceito de equilíbrio esta presente, e o critério para a sua realização é a existência de *market clearing*. Desequilíbrio nesse contexto é visto como o oposto do equilíbrio, ou seja, quando a condição de market clearing não for satisfeita. Na concepção Marshalliana, desequilíbrio e *market clearing* podem co-existir. Isso porque, Marshall usa diferentes conceitos de equilíbrio, de tal forma que é possível que ao mesmo tempo o sistema

esteja em equilíbrio de acordo com um critério e em desequilíbrio de acordo com outro⁷⁰.

- ii) *Em relação ao período de análise.* Enquanto na abordagem de Marshall este período é bem definido, na de Walras a sua definição é inexistente, uma vez que a condição de *market clearing* ocorre no tempo lógico (isto é, instantaneamente).
- iii) *No que se refere a produção e ao comércio.* Enquanto na estrutura de Marshall admite-se que a produção é realizada antes do comércio, na estrutura de Walras a produção e as trocas só são iniciadas depois dos valores de equilíbrio das mesmas terem sido calculada.
- iv) *Em relação à formação dos preços.* No modelo de Walras é indispensável à presença do leiloeiro, enquanto que na estrutura de Marshall os agentes são tomadores de preços.

A formalização do processo de ajustamento para estas duas diferentes abordagens pode ser encontrada, entre outros, em Tobin (1975). A seguir, segue a formalização do autor.

Inicialmente, define-se uma função que representa a demanda agregada real efetiva, tal como segue:

$$E = C(Y, Y^*, -T, -R, x \frac{M}{p}, w) + I(Y, Y^*, -K, -R) + G$$

onde: Y = produto real agregado; Y^* = ao produto de pleno emprego; E = demanda agregada (que pode diferir no curto prazo de Y e Y^*); M = estoque nominal de moeda; p = nível de preço; x = expectativa de inflação; T = impostos; R = taxa real de juros; e, W = riqueza privada.

Em seguida, o autor define as condições de equilíbrio:

$$(2.1) E(p, x, Y) - Y = 0$$

$$(2.2) Y - Y^* = 0$$

$$(2.3) x = \dot{p}/p = 0$$

A partir dessas condições, o autor formula dois modelos - o Modelo W K P (Walras-Keynes-Phillips) e o modelo M (Marshall) - a fim de mostrar como ocorre o ajustamento de acordo com as duas abordagens.

⁷⁰ Resumidamente, o autor trabalha com dois conceitos de equilíbrio. O *equilíbrio de mercado* e o *equilíbrio normal*, sendo o primeiro definido como aquele em que, tanto compradores como vendedores têm seus planos compatíveis com determinado mercado diário e, o segundo, como aquele em que não há incentivo para mudar de comportamento.

Modelo W K P	Modelo M
(2.1.1) $\pi = A_p(Y - Y^*) + x$	(2.1.2) $\pi = B_p(E - Y) + x$
(2.2.1) $\dot{Y} = A_Y(E - Y)$	(2.2.2) $\dot{Y} = B_Y(Y^* - Y)$
(2.3.1) $\dot{x} = A_x(\pi - x)$	(2.3.2) $\dot{x} = A_x(\pi - x)$

Observe que a diferença entre os modelos está nas duas primeiras equações. Ou seja, no Modelo M, em comparação ao modelo W K P, o papel desempenhado pelas duas primeiras equações está invertido. A primeira equação neste modelo diz que o aumento de preços ocorre em consequência do excesso de demanda, enquanto que a segunda mostra que a produção varia de acordo com o *gap* entre o produto potencial (Y^*) e o produto atual (Y)⁷¹.

Em outras palavras, o ajuste Marshalliano pode ser caracterizado como aquele em que as quantidades produzidas aumentam sempre que o preço de demanda está acima do preço de oferta. No caso do modelo Walrasiano, a variável de ajuste é outra, ou seja, são os preços que aumentam sempre que existe um excesso de demanda.

⁷¹ A idéia aqui é que em equilíbrio as firmas pagam um salário igual a produtividade marginal do trabalho. No entanto, quando $Y^* > Y$, pela Lei de Okun, sabe-se que haverá aumento na taxa de desemprego. Como os salários são uma função inversa da taxa de desemprego, um aumento nessa taxa determina uma queda no nível de salários. Neste caso, como os salários são inferiores a produtividade marginal, as empresas têm estímulo para aumentar a produção.

Anexo D

Segundo Silveira (1999), a partir de um sistema de EDO's autônomas bidimensionais de primeira ordem⁷², o qual pode ser escrito como⁷³:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2; \alpha) \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2; \alpha) \end{aligned} \quad \text{ou} \quad \dot{x} = f(x; \alpha) \quad (1.0)$$

onde: $\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}$ e $f(x; \alpha) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2; \alpha) \\ f_2(x_1, x_2; \alpha) \end{bmatrix}$.

existe uma versão "*mais fraca*" (Beltrami, 1987, p. 144), ou em outras palavras, um corolário mais "*utilizável*" (Azariadis, 1993, p. 137) do teorema de Poincaré-Bendixson. Entretanto, para enunciá-lo é necessário o conceito de *conjunto positivamente invariante*, o qual é uma região do plano de fases na qual uma trajetória ao entrar permanece nela. A definição precisa deste conceito e o corolário do Teorema 2.1 seguem⁷⁴:

Definição 1: Um conjunto $\Omega \subset X \subset \mathfrak{R}^2$ é *positivamente invariante* se $x^0 \in \Omega$, então $\phi(t, x^0, \alpha) \in \Omega$ para todo $t \in J \subset \mathfrak{R}$ e $t \geq t_0 \in J \subset \mathfrak{R}$.

Teorema 2.1: (*Hartman-Grobman*) Suponha que o sistema (1.0) tem um ponto de equilíbrio (x_1^*, x_2^*) hiperbólico. Então, na vizinhança $V((x_1^*, x_2^*), \varepsilon)$ de (x_1^*, x_2^*) o sistema (1.0) é topologicamente equivalente à sua linearização dada por:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(x_1 - x_1^*) &= f_1(x_1^*, x_2^*) + \frac{\partial f_1(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1}(x_1 - x_1^*) + \frac{\partial f_1(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2}(x_2 - x_2^*) \\ \frac{d}{dt}(x_2 - x_2^*) &= f_2(x_1^*, x_2^*) + \frac{\partial f_2(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1}(x_1 - x_1^*) + \frac{\partial f_2(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2}(x_2 - x_2^*) \end{aligned}$$

Prova: Hartman (1964, p. 244) teorema 7.1. Enunciado sem prova em Azariadis (1993, p. 59) teorema 6.1 e Hale e Koçak (1991, p. 301) teorema 9.35.

⁷² Um sistema dinâmico é de primeira ordem se as EDO's que o formam são de primeira ordem, ou seja, em cada EDO a derivada de mais alta ordem é a derivada primeira. O estudo dos sistemas autônomos de primeira ordem não é tão restritivo quanto parece à primeira vista. Sistemas de EDO's não-autônomos podem ser reduzidos a um sistema de EDO's autônomo às custas da introdução de mais uma dimensão do sistema (para um exemplo consulte Fiedler-Ferrara e Prado, 1994, p. 15). Além disso, EDO's de ordem maior que um podem também ser reduzidas a um sistema de primeira ordem, como ilustrado nos exemplos contidos neste capítulo.

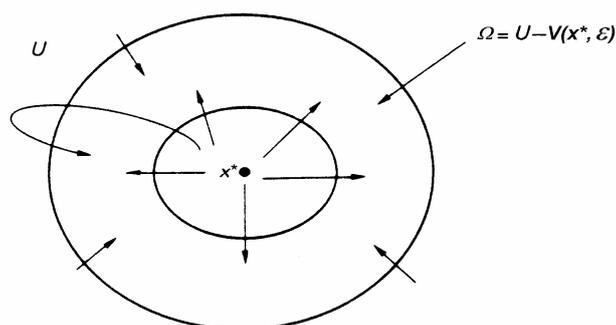
⁷³ O sistema (1.0) pode ser considerado um *campo vetorial* em \mathfrak{R}^2 . Intuitivamente isto significa que a cada ponto (x_1, x_2) é associado um vetor $(f_1(x_1, x_2), f_2(x_1, x_2))$ que fornece a direção e a velocidade com que o sistema passará do estado (x_1, x_2) para o próximo estado.

⁷⁴ Definição encontrada em Azariadis (1993, p. 106), Hale e Koçak (1991, p. 287) e Hirsch e Smale (1974, p. 198)

Corolário 2.1: Suponha que em (1.0) $f \in C^1$. Seja $\Omega \subset X$ um conjunto positivamente invariante, limitado e fechado. Suponha que não existe $(x_1^*, x_2^*) \in \Omega$. Seja $\gamma^+(x^0)$ uma semi-órbita positiva tal que $x^0 \in \Omega$. Então $\gamma^+(x^0)$ é um ciclo limite ou espirala em direção a um ciclo limite $\omega(x^0)$ quando $t \rightarrow \infty$.

Prova: Azariadis (1993, p. 137) corolário do teorema A.16.

Uma órbita fechada de (1.0) sempre *circunda (enclose)* um ponto de equilíbrio⁷⁵. Dessa forma, se Ω contém um ciclo limite, o qual é uma órbita fechada, então este deve circundar um ponto (x_1^*, x_2^*) . Todavia, *não* existe $(x_1^*, x_2^*) \in \Omega$. Portanto, Ω deve ter um "furo". Um caso típico, mostrado na figura a seguir, surge quando é possível se encontrar um conjunto $U \subset X$ positivamente invariante que contém um único ponto de equilíbrio localmente instável. Se for removida uma vizinhança $V((x_1^*, x_2^*), \varepsilon)$ deste ponto (na qual a linearização funciona), a região que sobra $\Omega \equiv U - V((x_1^*, x_2^*), \varepsilon)$ contém um ciclo limite, devido ao corolário 2.1.



Fonte: Azariadis (1993, p. 138)

⁷⁵ A prova desta asserção pode ser encontrada em Hirsch e Smale (1974, p. 252) teorema 2.