



# A Teoria Neoclássica do Crescimento e Distribuição

José Luis Oreiro

Professor do Departamento de  
Economia da Universidade de Brasília

Pesquisador Nível I do CNPq.

# O núcleo da teoria neoclássica da distribuição

- A teoria clássica da distribuição de renda era caracterizada pela assim chamada abordagem excedentária.
- Segundo essa abordagem, o salário real é determinado **previamente** aos lucros e a renda da terra, ou seja, o seu valor é dado e conhecido no momento em que se determina a magnitude do **excedente** e a sua **apropriação** sob a forma de lucros e renda da terra.
- No último quartel do século XIX, mais precisamente a partir de 1870, essa abordagem para a teoria da distribuição é abandonada em favor da assim chamada “abordagem marginalista” ou neoclássica.
- A característica fundamental dessa nova abordagem é que todos os tipos de renda são determinados de forma **simultânea e simétrica** em termos das quantidades demandadas e ofertadas dos serviços dos respectivos “fatores de produção”, quais sejam : terra, trabalho e capital (cf. Kurz & Salvadori, 1995, p.428).

# O núcleo ...

- Para determinar os rendimentos dos fatores de produção, os autores neoclássicos tomam como dados ou “variáveis independentes” os seguintes conjuntos de fatores:
  - preferências dos consumidores;
  - condições técnicas de produção;
  - quantidades dos fatores de produção disponíveis na sociedade;

# O núcleo ...

- Se pensarmos em termos do trabalho ou da terra, não há nenhum inconveniente sério ao se considerar que os diferentes **tipos** de trabalho (padeiro, advogado, economista etc) e de terra são dados.
- O problema surge quando se considera o capital como dado em termos dos diferentes *bens de capital*, ou seja, quando se trata o capital como **dado em termos físicos**.
- Nesse caso, não poderemos obter uma medida **única** da taxa de retorno do capital, mas apenas a taxa de retorno dos diferentes tipos de bens de capital (por exemplo, a taxa de retorno do investimento em altos-fornos).
- O problema com esse tipo de abordagem é que, em geral, as taxas de retorno dos diversos tipos de bens de capital serão diferentes entre si.
  - Não é uma posição de equilíbrio de longo-período.

# O núcleo ...

- Desse raciocínio segue-se, portanto, que o capital não pode ser dado em termos físicos, mas em termos de valor; ou, mais precisamente, deve-se utilizar algum padrão pelo qual se possa comparar os diferentes tipos de bens de capital, de forma a se obter uma medida numérica do estoque de capital existente na economia como um todo.
- Nas palavras de Wicksell:
  - *“If capital also were to be measured in technical units (...) productive capital would have to be distributed into as many categories as there are kinds of tools, machinery and materials etc and a unified treatment of the role of capital in production would be impossible. Even then we should only know the yield of the various objects at a particular moment, but nothing at all about the value of the goods themselves, which is necessary to know in order to calculate the rate of interest, which, in equilibrium, is the same in all capital”* (apud Rogers, 1989, p.28).
- Entretanto, existe um caso no qual o estoque de capital pode ser dado em termos físicos, e ainda assim ser possível a obtenção de uma taxa uniforme de lucro.
- Trata-se, evidentemente, do caso em que a economia produz um único bem – por exemplo, trigo – que serve simultaneamente como bem de consumo e bem de capital.

# A teoria dos rendimentos decrescentes

- Essa nova abordagem tem sua origem na **generalização** da teoria da renda da terra de Ricardo, de forma que o princípio da **margem intensiva** fosse utilizado para explicar todas as classes de rendimento; em particular, os salários e os lucros.
- Em Ricardo, o trabalho empregado na agricultura apresentava rendimentos marginais decrescentes porque a superfície agrícola era tida como tecnicamente diferenciada ( parcelas de terra com diferentes níveis de fertilidade); e a ocupação de terra começava das terras mais férteis e se estendia até as menos férteis.
- Entretanto, os coeficientes técnicos de produção, ou seja, a quantidade de trabalho empregada em cada parcela de terra, se mantinham constantes.

# A teoria ...

- Nos autores neoclássicos, como, por exemplo, Wicksell, a terra é vista como um fator de produção homogêneo que já se encontra plenamente empregada na produção de gêneros agrícolas.
- Nesse contexto, um aumento da quantidade produzida desses bens só pode ser obtida através de um incremento na **intensidade** em que essa superfície agrícola é utilizada, ou seja, através de um aumento do número de trabalhadores empregados em cada acre de terra agricultável.
- O aumento da quantidade de trabalho utilizado por acre de terra irá resultar num aumento da quantidade produzida, mas esse aumento de produção será menos do que proporcional a quantidade utilizada de trabalho.
- Em outras palavras, os rendimentos marginais do trabalho serão decrescentes.
- Nas palavras de Wicksell:
  - ***“O fato de que o rendimento total de uma mesma extensão de terra cresça mais lentamente do que o número de trabalhadores empregados converteu-se numa lei que se aplica especialmente à agricultura e à produção de matérias-primas : a lei do rendimento decrescente. A aplicação dessa lei é universal, tão logo um ou mais dos fatores necessários a produção aumente além de certo limite, permanecendo os demais fatores constantes”*** (1911, p.89).

# Observações sobre a teoria ...

- Em primeiro lugar, sua vigência é tida como de caráter geral a toda e qualquer atividade produtiva, não ficando restrita a agricultura, tal como ocorria em Ricardo.
- Em segundo lugar, a ocorrência de rendimentos decrescentes é tida como um *“fato da vida”*, não cabendo ao economista explicar o porque dessa de sua existência.
  - Nas palavras de Wicksell:
    - *“(...) nada é mais fácil do que comprovar uma regra tão simples como a que se refere ao rendimento da terra em cultivo mais intenso, o que de resto é palpável. Deve ser muito fácil comprová-la por meio de experiências diretas, mas sempre que estas se realizaram (...) os resultados tenderam a confirmar essa lei”* (1911, p.96).
- Por fim, os rendimentos decrescentes na versão neoclássica estão associados à variações na **intensidade** de utilização dos fatores de produção ou, mais precisamente, na quantidade de trabalho utilizada em cada acre de terra.
  - Mais uma vez se nota o contraste com a versão Ricardiana, na qual se utiliza sempre a mesma quantidade de trabalho em cada acre de terra; ou seja, se mantém constante a **intensidade** na qual os fatores de produção são empregados

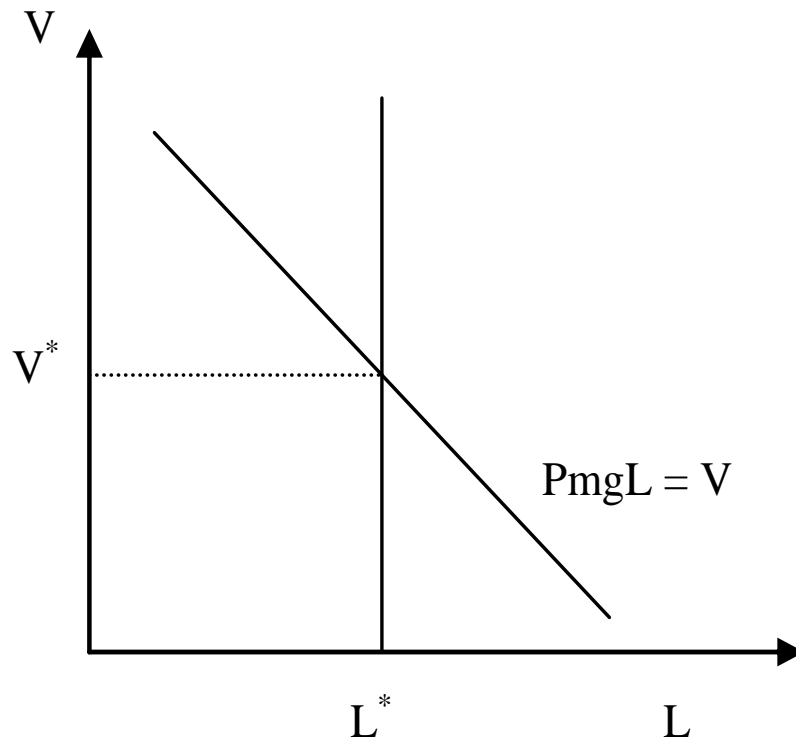


# Determinação dos salários

- Supondo que o trabalho também é um fator de produção homogêneo, ou seja, que os trabalhadores possuem idênticas habilidades e capacidade física de trabalho; então a concorrência dos trabalhadores pelos empregos disponíveis e dos proprietários de terra pelos trabalhadores existentes irá fazer com que os salários sejam iguais a produtividade do último trabalhador empregado.
- Nas palavras de Wicksell:
  - ***“Nunca será economicamente vantajoso para o proprietário da terra pagar a um trabalhador adicional um salário superior ao produto adicional que obtém ao empregá-lo. Como existe livre concorrência entre os trabalhadores, e como, para simplificar, supomos que um trabalhador é tão eficiente quanto outro, nenhum dos trabalhadores anteriormente contratados poderá reclamar um salário mais alto do que recebe o último admitido, porque nesse caso seria mais vantajoso para o proprietário da terra despedir o primeiro e ficar com o último, que receberia um salário mais baixo(...) Sempre que o proprietário da terra, por meio da admissão de mais um trabalhador obtenha um aumento de produção maior do que o aumento no total dos salários, será bom negócio fazê-lo, representando a dispensa de um já empregado um mal negócio. Se aplicarmos isso à totalidade dos produtores, a concorrência que fazem ao contratar operários irá obrigá-los a elevar os salários, até que a diferença existente entre a produção marginal obtida e os salários pagos ao último trabalhador desapareça. Podemos dizer, portanto, (...) que a produção marginal do último operário empregado regulará, via de regra, todos os salários (...)”*** (Ibid, p.90).

# Determinação dos salários

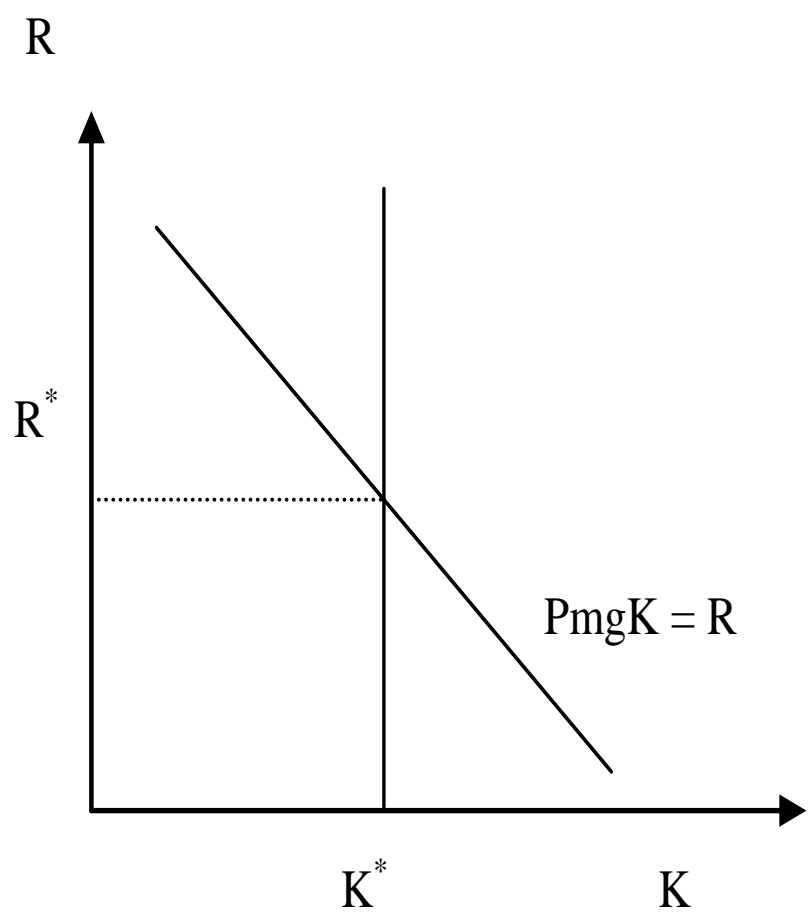
- Daqui se segue, portanto, que os proprietários de terra irão empregar trabalho até o ponto em que a taxa de salário real prevalecente no mercado se iguale a produtividade marginal do trabalho.
- Obtêm-se, dessa forma, a função demanda de trabalho; segundo a qual a quantidade demandada de trabalhadores irá aumentar se o preço do trabalho, ou seja, o salário real, cair.
- Como a quantidade disponível de trabalhadores é dada, segue-se que os rendimentos do trabalho serão determinados no ponto em que a quantidade demandada de trabalho se igualar a quantidade disponível de trabalhadores.



*Figura 8*

# Determinação do lucro/juro

- A existência de uma relação inversa entre a quantidade demandada de um fator de produção e o “preço” ou rendimento do mesmo é a característica básica da teoria neoclássica da distribuição (cf. Garegnani, 1978, p.29).
- Sendo assim, os autores neoclássicos supõe ser igualmente possível a construção de uma relação inversa entre a quantidade demandada do fator de produção capital e a taxa de lucro, a qual é a remuneração pelos serviços prestados pelo referido fator.
- Dada a quantidade disponível de capital, a taxa de lucro é determinada no ponto em que a quantidade demandada de capital se iguala a oferta disponível do mesmo



*Figura 9*

# A teoria do capital em Bohn-Bawerk e Knut Wicksell

- Vimos que o capital deve ser medido em termos de valor, e não em unidades físicas, para que seja possível a determinação de uma taxa uniforme de lucro, a qual é uma exigência lógica do suposto usual de livre entrada e saída de capitais em qualquer ramo de produção.
- Sendo assim, devemos agora retomar a questão de como medir o valor do estoque de capital.
- Existem duas formas possíveis de medir o valor do estoque de capital, quais sejam (cf. Robinson, 1979, p.104) :
  - Calculando-se o **valor presente dos rendimentos futuros** que um determinado equipamento de capital irá proporcionar ao longo de toda a sua vida útil ou;
  - Avaliando-se o estoque de capital pelo que custo de reposição do mesmo, isto é, utilizando-se o **preço de oferta** dos bens de capital como um indicador do valor dos referidos bens.

# Problemas do primeiro método

- Para que se possa obter o valor presente dos rendimentos futuros de um determinado equipamento de capital é necessário que tais rendimentos sejam descontados à uma determinada taxa.
- Via de regra utiliza-se a taxa de juros como o fator de desconto apropriado para esse tipo de cálculo.
- O problema com esse procedimento é que, em condições de concorrência, a taxa de lucro deverá ser igual a taxa de juros; de forma que para calcular o valor do estoque de capital devemos conhecer previamente a magnitude da própria taxa de lucro.
- O problema se encontra precisamente no fato de que se deseja calcular o valor do estoque de capital para que se possa determinar o valor da taxa de lucro.
- Sendo assim, esse procedimento envolve um raciocínio circular: para determinar a taxa de lucro é necessário que se conheça previamente o valor da referida taxa

# Problemas do segundo método

- E se avaliarmos os bens de capital com base nos preços de oferta dos mesmos ?
- Basta uma breve reflexão para percebermos que esse procedimento leva ao mesmo problema que o anterior.
- Isso porque os preços dos bens de capital embutem a remuneração dos capitais utilizados na produção dos mesmos, ou seja, incorporam a taxa “normal” de lucro.
- Mais uma vez nos deparamos com o problema de que para determinar a taxa de lucro precisamos conhecer o valor da própria taxa de lucro.
- Esse problema foi detectado por Wicksell.
- Nas suas palavras:
  - ***“(...) é inútil procurar obter (...) o valor dos bens de capital pelo seu próprio custo de produção ou reprodução, pois esses custos compreendem, na realidade, o capital e os juros (...) Assim, estaríamos raciocinando em círculos”*** (1911, p.114).



# “Solução” de Bawerk e Wicksell

- Segundo esses autores, as dificuldades encontradas na tarefa de mensurar o valor do capital se devem ao fato de que o capital, ao contrário do trabalho e das “forças naturais” da terra, não é um **fator de produção originário** .
- O capital resulta da adoção de “métodos indiretos de produção” , ou seja, da combinação dos serviços dos fatores originários – terra e trabalho – para a produção de bens que não atendem **diretamente** as necessidades humanas; mas que podem ser utilizados para esse fim no futuro.
- Por exemplo, a terra e o trabalho podem ser empregados para a produção de ferramentas, as quais serão combinadas com os serviços desses fatores em períodos futuros para a produção dos bens desejados.

# A “solução” ...

- Nas palavras de Bohn-Bawerk :
  - *“(...) ou intervimos com nosso trabalho imediatamente antes do objetivo, de sorte que, colocado esse trabalho se encerra completamente e de imediato o conjunto das condições de produção do bem desejado, e conseqüentemente a produção do bem desejado segue-se imediatamente à intervenção do nosso trabalho, ou então, tomamos deliberadamente outro caminho mais longo, ou seja, associamos primeiro nosso trabalho apenas as causas mais remotas de produção do bem desejado, sendo que dessa associação conseguimos, não o próprio bem desejado, mas apenas, por ora, uma causa mais próxima da produção desse bem, a qual deve então ser associada a matérias e forças produtivas apropriadas, até que, finalmente – talvez somente depois de vários elos intermediários – surja disso tudo o bem desejado, como meio de satisfação de nossas necessidades”* (1888, p.35).
- Nesse contexto, o capital é definido como :
  - *“(...) o conjunto dos produtos intermediários que surgem nas diversas etapas individuais que perfazem a via de surgimento indireta”* (*Ibid*, p.38).
- Sendo assim, o conceito de capital inclui :
  - *“(...) em primeiro lugar os edifícios e as construções em que se realizam os trabalhos ou que são indispensáveis para levar a termo a atividade econômica em questão; inclui também as ferramentas, os utensílios e a maquinaria, indispensáveis para realizar a produção (...) Abrange ainda as matérias-primas que são elaboradas e, por fim, igualmente de grande importância, os produtos alimentícios e de outra espécie que serão postos de reserva ou destinados ao consumo, de modo que a mão-de-obra conte com meios de subsistência durante o período de produção”* (Wicksell, 1911, p.111)

# A “solução” ...

- O ponto levantado por Bawerk e Wicksell é que o valor do estoque de capital pode ser medido ao se reduzir o mesmo às quantidades de terra e de trabalho que foram utilizados na produção dos bens de capital.
- Sendo assim, basta conhecer as remunerações desses fatores de produção, bem como o número de unidades dos mesmos utilizados na produção dos diferentes tipos de bens de capital, para calcular o valor do capital.

# A “solução” ...

- Para exemplificar esse procedimento, considere, tal como Wicksell (*Ibid*, p.118-119), uma economia na qual todo o capital existente é formado por bens que resultaram da combinação dos serviços produtivos da terra e do trabalho disponíveis no período (ano) anterior.
- Suponha que esse estoque de capital compreende  $A$  anos de trabalho e  $B$  hectares por ano.
- Seja  $l$  o salário por ano de trabalho e  $r$  a renda por cada hectare de terra.
- Nesse caso, o valor do estoque de capital será dado por :
  - $K = Al + Br$  (2.1)

# A “solução” ...

- Uma vez definido o capital como terra e trabalho “poupados” (acumulados) de períodos anteriores, devemos analisar agora em que medida o capital é **produtivo**; ou seja, investigar se a poupança de terra e trabalho – o acúmulo de capital – permite uma produção **maior** do que a que seria obtida com o emprego **direto** dos fatores originários de produção.
- No que se refere a esse ponto, tanto Bawerk como Wicksell assumem como um “fato da vida” de que o emprego de meios indiretos de produção permite um aumento da produção total relativamente ao que se obteria apenas com o emprego direto dos fatores de produção originários.

# A “solução”

- Nas palavras de Bawerk :
  - *“A adoção de vias indiretas de produção que levam a resultados melhores na produção é um dos princípios mais importantes e mais fundamentais de toda a teoria da produção. É preciso dizer explicitamente que o fundamento desse princípio é única e exclusivamente a experiência da vida prática. A teoria da Economia Política não prova nem pode provar a priori que seja assim, mas a experiência geral de toda a técnica de produção nos ensina que realmente é assim. E isso basta, tanto mais que os respectivos fatos da experiência são universalmente conhecidos e familiares a todos”* (1888, p.37).
- Ou ainda Wicksell :
  - *“(…) a experiência nos mostra que a substituição de certa quantidade de trabalho e terra por uma igual quantidade de recursos acumulados da mesma classe tende, em muitos casos, a aumentar o produto total (...) vemos que a produtividade marginal dos recursos poupados de trabalho e terra é maior do que a dos recursos correntes, que em todo o caso foi apenas parcialmente alcançada”* (1911, p.117).

# A “solução” ...

- Se é verdade que esses autores assumem que a produtividade marginal da terra e do trabalho poupados é maior do que a produtividade marginal da terra e do trabalho correntes ; também é verdade que eles igualmente assumem que a produtividade marginal dos meios indiretos de produção é decrecente.
- De fato, Bawerk afirma que :
  - *“Grosso modo, pode-se observar que não somente o simples iniciar a via indireta de produção, mas também prolongamentos subseqüentes dessa via acarretam um aumento cada vez maior do resultado técnico, com a ressalva de que, aumentando progressivamente o comprimento da via indireta, a quantidade produzida costuma aumentar em proporção sempre menor”* (1888, p.111).
- Nesse contexto, o juro ou lucro sobre o capital é determinado pela diferença entre a produtividade marginal da terra e do trabalho acumulados e a produtividade marginal da terra e do trabalho disponíveis no período corrente (cf. Wicksell, 1911, p. 117).

# Um modelo Wickselliano simples

- Suponha que a quantidade produzida de um bem de consumo qualquer é uma função das quantidades empregadas de trabalho e terra disponíveis no período corrente e das quantidades de trabalho e terra “poupadas” do período anterior.
- Temos, então, que :
  - $Y = F(a, b, a1, b1)$  (2.2)
    - Onde :  $a$  é a quantidade empregada de trabalho corrente,  $b$  é a quantidade empregada de terra corrente,  $a1$  é a quantidade empregada de trabalho poupada e  $b1$  é a quantidade empregada de terra “poupada”.



# Um modelo ...

- Em condições competitivas, sabemos que a remuneração dos fatores de produção deve ser igual a produtividade marginal dos mesmos. Sendo assim, temos que :

$$l = \frac{\partial F(.)}{\partial a} \quad ; \quad r = \frac{\partial F(.)}{\partial b} \quad (2.3)$$

# Um modelo ...

- Seja  $l'$  a produtividade marginal do trabalho “poupado” do período anterior e  $r'$  a produtividade marginal da terra “poupada” do período anterior.
- Temos que, em equilíbrio de longo-prazo, a seguinte condição deve ser atendida:

$$\frac{l' - l}{l} = \frac{r' - r}{r} = i \quad (2.4)$$

# Um modelo ...

- Começamos com a análise da primeira igualdade em (2.4).
- Essa condição tem que ser satisfeita para que os empresários fiquem satisfeitos com as **proporções** nas quais estão “poupando” terra e trabalho do período anterior.
- Se essa condição não for atendida, então haverá uma poupança maior de terra ou de trabalho.
- Por outro lado, a liberdade de movimentação de capitais entre os diversos ramos de produção exige que, em equilíbrio, seja obtida uma taxa uniforme de lucro ( ou de juros) sobre os capitais aplicados em qualquer atividade produtiva.
- Nesse contexto, justifica-se a segunda igualdade em (2.4)

# Um modelo ...

- Nas palavras de Wicksell :
  - *“Não resta dúvida de que os juros, considerados dentro de limites do investimento de apenas um ano e de acordo com nossa definição, tem de ser os mesmos em todas as atividades e formas de utilização e, especialmente, a produtividade marginal e a participação no produto da terra acumulada tem que corresponder à produtividade marginal da terra atual, tal como o trabalho acumulado corresponderá ao trabalho atual. De outra forma, tornar-se-ia vantajoso economizar na próxima vez mais trabalho e menos terra, ou vice-versa”* (1911, p.118).

# Um modelo ...

- A questão que devemos analisar agora é determinar em que medida a teoria do capital de Bawerk e Wicksell permite a dedução de uma **relação inversa** entre a quantidade de capital (medido em termos do valor da terra e do trabalho “poupados” do período anterior) e a taxa de juros.
- Se tal construção for possível, então não haverá nenhum **problema lógico** envolvido na determinação da taxa de retorno sobre o capital com base nas forças de oferta e demanda desse fator de produção.

# Um modelo ...

- Para tanto, considere inicialmente que as produtividades marginais do trabalho “poupado” e corrente sejam *funções* tanto da quantidade empregada de trabalho “poupado” como da quantidade utilizada de trabalho corrente.
- Temos, então , que

$$l' = l'(a_1, a) \quad ; \quad \frac{\partial l'}{\partial a_1} < 0 \quad ; \quad \frac{\partial l'}{\partial a} > 0 \quad (2.5a)$$

$$l = l(a_1, a) \quad ; \quad \frac{\partial l}{\partial a_1} > 0 \quad ; \quad \frac{\partial l}{\partial a} < 0 \quad (2.5b)$$

# Um modelo ...

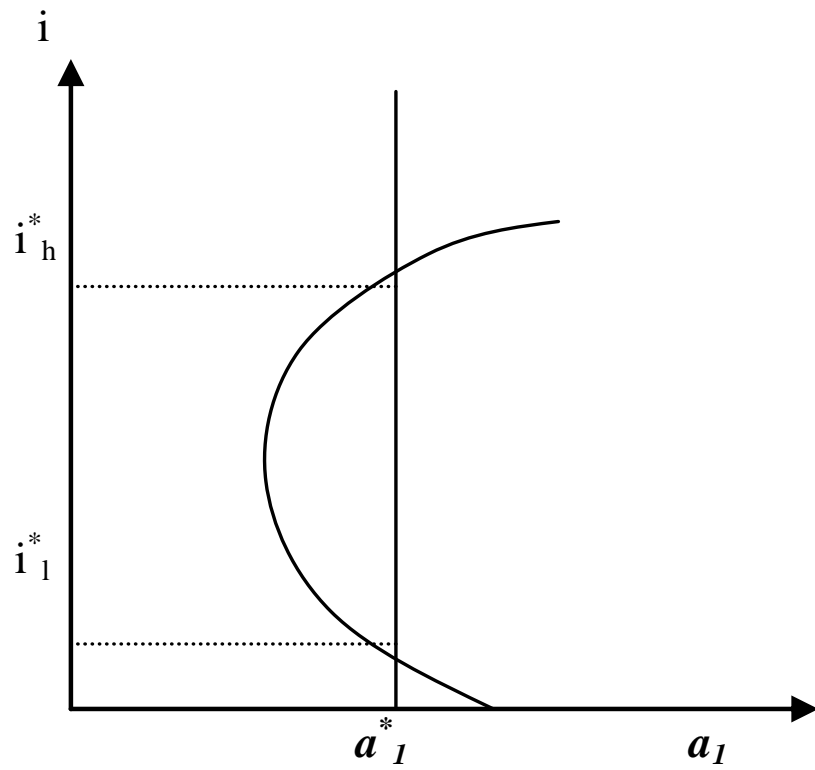
- Nas equações (2.5a) e (2.5b) observamos que, embora a produtividade marginal *própria* do fator seja decrescente, as produtividades marginais *cruzadas* são crescentes; indicando que quando aumenta a quantidade empregada de trabalho “poupado”, por exemplo, a produtividade marginal do trabalho corrente aumenta (cf. Wicksell, 1911, p.119).
- Substituindo (2.5a) e (2.5b) em (2.4) e diferenciando a resultante com respeito a  $i$  e  $a_1$ , obtêm-se a seguinte expressão :

$$\frac{\partial i}{\partial a_1} = \frac{1}{l} \left( \frac{\partial l'}{\partial a_1} + \frac{\partial l}{\partial a_1} (1+i) \right) \quad (2.6)$$

# Um modelo ...

- Observa-se claramente que o sinal da expressão (2.6) é ambíguo, podendo ser positivo ou negativo.
- Dito de outra forma, um aumento do emprego de trabalho “poupado”, isto é, de capital; pode produzir tanto uma redução como um aumento da taxa de retorno sobre o capital.
- Se assumirmos que, para  $i = 0$ , o sinal da derivada parcial em (2.6) é negativo; então a função demanda de capital teria o formato apresentado na Figura 10





*Figura 10*

# Um modelo ...

- Esse formato para a função demanda de capital é problemático para a teoria neoclássica da distribuição.
- Isso porque, de forma contrária ao caso no qual a economia produz um único bem de capital, **não é mais verdade que o aumento do preço do capital relativamente aos demais fatores induza os empresários a substituir capital por trabalho;** ou melhor, trabalho “poupado” por trabalho corrente.
- É possível ocorrer precisamente o contrário, ou seja, um aumento da intensidade do capital na produção.
- Por outro lado, mesmo que inicialmente um aumento do preço do capital leve os empresários a substituir capital por trabalho – isto é, adotar técnicas de produção menos intensivas em capital – chegará um momento em que a elevação contínua do preço do capital fará com que os empresários **voltem a adotar a mesma técnica que estavam utilizando originalmente.**
- Esse fenômeno é conhecido como *reversão de técnicas (reswitching)*.

# Crescimento Determinado pelas Condições de Oferta

- Modelos Neoclássicos de Crescimento: Solow (1956/1957)
- O crescimento de longo-prazo é determinado pela taxa de acumulação de fatores de produção (capital e trabalho) e pelo ritmo de crescimento da produtividade do trabalho (progresso tecnológico)
- Esses fatores determinam a tendência de crescimento de longo-prazo das economias capitalistas.
- A demanda agregada é importante apenas para explicar os desvios do PIB real com respeito a tendência de longo-prazo, ou seja, aquilo que os economistas chamam de ciclo econômico.

# Estrutura Básica do Modelo

- Consideremos uma economia que produz um único bem (trigo), a partir de dois fatores de produção, a saber : trabalho e capital.
- Este último é constituído pelo trigo que não foi utilizado no período anterior para o atendimento da demanda de consumo, ou seja, trata-se do estoque “poupado” de trigo.
- Podemos representar a quantidade produzida de trigo por intermédio da seguinte função macroeconômica de produção:

$$Y = F(K, L); \quad F_K > 0; F_L > 0; F_{KK} < 0; F_{LL} < 0; F_{KL} = F_{LK} > 0 \quad (1)$$

# Incorporando o progresso técnico

- A função de produção desenvolvida até aqui supõe que a tecnologia é dada, ou seja, que não há progresso tecnológico.
- No entanto, é possível incorporar o mesmo a essa função.
- Uma forma possível de fazê-lo é colocar um parâmetro que representa a eficiência do trabalho, parâmetro esse cujo valor se altera em decorrência do progresso tecnológico.
- Dessa forma, o avanço técnico se traduzirá em um aumento da eficiência com a qual os trabalhadores produzem bens e serviços:
  - $aY = F(aK, aAL)$  (2) ;  $a > 0$   $a = 1/AL$
  - $Y/AL = F(K/AL, 1)$   $y = F(k, 1)$  ;  $y = f(k)$

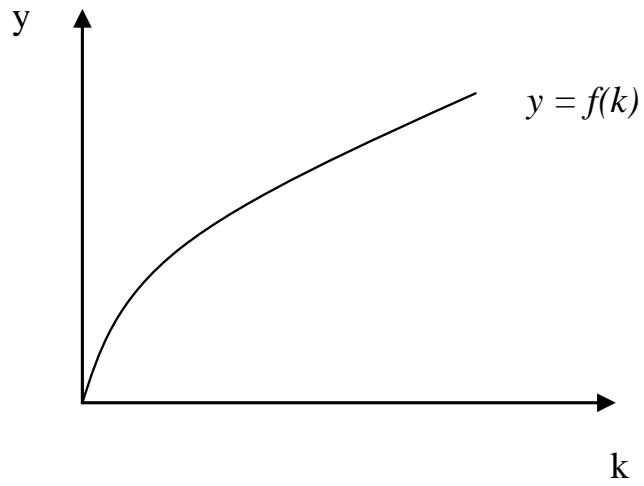
# Retornos Constantes de Escala

- Supondo que a função é homogênea linear, ou seja, que os retornos de escala são constantes, segue-se que a equação (2) pode ser expressa na forma intensiva, ou seja:

$$k = \frac{K}{AL} \quad y = \frac{Y}{AL}$$

$$y = f(k) \quad (3)$$

*Figura 1*



# A Fronteira Salário-Lucro

- Se os retornos de escala são constantes, então vale o *teorema de Euler* segundo o qual:

$$Y = \frac{\partial Y}{\partial K}K + \frac{\partial Y}{\partial AL}AL \quad (4)$$

- No modelo de Solow, consideramos que prevalece a concorrência perfeita nos mercados de fatores de produção, de forma que a remuneração dos mesmos será igual a sua produtividade marginal, ou seja:

$$Y = rK + wAL \quad (5)$$



# A Fronteira Salário-Lucro

- Dividindo-se (2) por  $AL$ , temos após os algebrismos necessários que:

$$r = f'(k) \quad (6)$$

$$w = f(k) - f'(k)k \quad (7)$$

- As equações (6) e (7) apresentam a taxa de lucro e a taxa de salário real como uma função do *estoque de capital por unidade de trabalho eficiente*.
- Sendo assim, se conhecermos a dotação dos fatores de produção, ou seja, as quantidades existentes de capital e trabalho; então será possível determinar o estoque de capital por unidade de trabalho eficiente e, dessa forma, a remuneração dos fatores de produção.

# A Fronteira Salário-Lucro

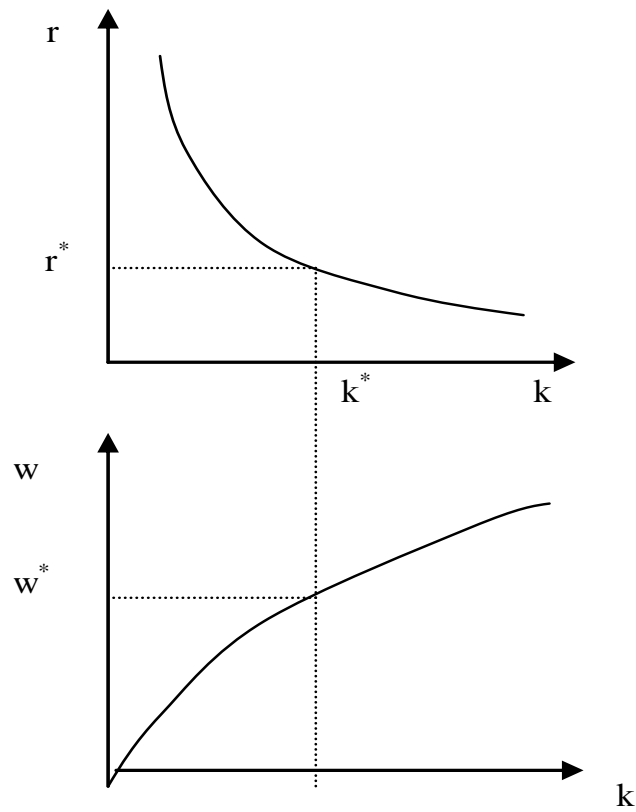
- Para que seja possível apresentar geometricamente a determinação dos salários e dos lucros, é necessário analisar a resposta dessas variáveis à um aumento da intensidade do capital, isto é, um aumento do capital por trabalhador.
- Diferenciando totalmente (6) e (7), obtemos que:

$$\frac{\partial r}{\partial k} = f'' < 0 \quad (8a)$$

$$\frac{\partial w}{\partial k} = -f''k > 0 \quad (8b)$$

# A Fronteira Salário-Lucro

*Figura 2*



# Fronteira Salário-Lucro

- Um aumento de  $k$  tem dois efeitos imediatos.
  - Por um lado, produz uma redução da produtividade marginal do capital; por outro, leva a um aumento da produtividade marginal do trabalho (uma vez que a produtividade marginal cruzada dos fatores é crescente).
  - Como a concorrência entre os donos dos fatores de produção faz com que os mesmos sejam remunerados de acordo com as suas produtividades marginais; segue-se que a taxa de salário real irá aumentar, ao passo que a taxa de lucro irá se reduzir.
- Esse pequeno experimento lógico nos permite tirar a seguinte conclusão : à medida que  $k$  aumenta – isto é, à medida em que a economia acumula uma quantidade maior de capital por trabalhador – haverá uma redução progressiva da taxa de lucro e um aumento contínuo do salário real.

# Fronteira Salário-Lucro

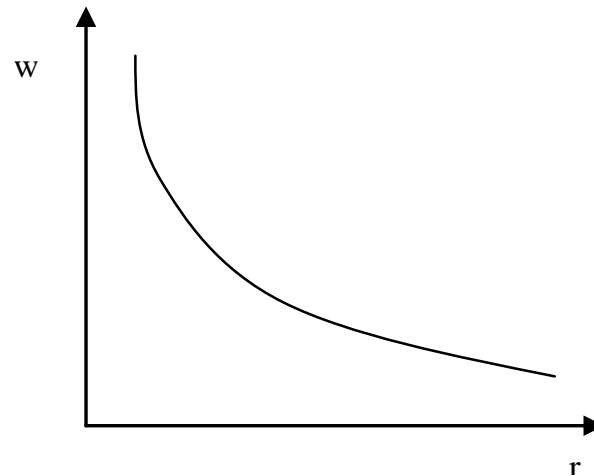
- Para obter a equação referente à fronteira salário-lucro, observemos inicialmente que, com base na equação da remuneração do capital (equação 6), podemos expressar o estoque de capital por unidade de trabalho eficiente como uma função (inversa) da taxa de lucro. Temos, então que:

- $k = k(r) \ ; \ k' < 0 \ (9)$

- Substituindo (9) em (7) temos após os algebrismos necessários que:

$$w = f[k(r)] - rk(r) \ ; \ \frac{\partial w}{\partial r} < 0 \ (10)$$

# Fronteira Salário-Lucro



*Figura 3*

# Acumulação de Capital

- Iremos supor que as famílias dessa economia poupam uma fração constante de suas rendas, de tal forma que a poupança agregada é dada por:

$$S = sY = sf\left(\frac{K}{AL}\right) \quad (11)$$

- Tal como no caso da função de produção, a poupança pode ser expressa na forma intensiva (ou seja, por unidade de trabalho eficiente), da seguinte forma:

$$\frac{S}{AL} = sy = sf(k) \quad (12)$$

# Acumulação de capital

- Iremos supor, também, a existência de um único ativo nessa economia (capital), de tal forma que as famílias não têm outra opção para armazenarem suas poupanças que não a compra direta de bens de capital.
- Utilizando a metáfora do trigo, que considera uma economia cujo único bem produzido é o próprio trigo, a opção de poupança das famílias seria exatamente guardá-lo.
- Como o mesmo é também o capital da economia, decorre que ao não consumi-lo a família estará aumentando o estoque de capital total.
- Desse raciocínio, segue-se que não há distinção entre as decisões de poupança e investimento, ou seja, poupar é o mesmo que investir



# Acumulação de Capital

- Defina-se  $\delta$  a taxa de depreciação do estoque de capital e  $I$  o investimento bruto.
- Sabendo que  $\dot{K} = I - \delta K$
- E que:  $I = S = sY$
- Chega-se à equação de acumulação de acumulação de capital do modelo de Solow, dada por:

$$\dot{K} = sY - \delta K \quad (13)$$

# Acumulação de Capital

- Sabemos que:

$$\dot{k} = \frac{\dot{K}(AL) - K(\dot{A}L + A\dot{L})}{(AL)^2} = \frac{\dot{K}}{AL} - \frac{\dot{A}}{A} \frac{K}{AL} - \frac{\dot{L}}{L} \frac{K}{AL}$$

$$\dot{k} = \frac{\dot{K}}{AL} - \frac{\dot{A}}{A} \frac{K}{AL} - \frac{\dot{L}}{L} \frac{K}{AL} \quad (14)$$

- Onde:  $\frac{\dot{A}}{A}$  é a taxa de crescimento do fator de eficiência do trabalho, ou seja, trata-se do ritmo de progresso tecnológico, que designaremos por  $g$ .

# Acumulação de Capital

- O progresso técnico é essencialmente exógeno no modelo de Solow, ou seja, este modelo não é capaz de determinar endógenamente o ritmo de crescimento do fator de eficiência do trabalho.
- Essa hipótese é uma decorrência lógica da estrutura do próprio modelo.
- Com efeito, nas condições supostas no modelo de Solow, quais sejam: concorrência perfeita nos mercados de fatores e retornos constantes de escala, toda a produção é “exausta” na remuneração dos fatores de produção de acordo com suas produtividades marginais.
- Dessa forma, não resta nada do produto real dessa economia para remunerar a atividade de pesquisa e desenvolvimento de novas tecnologias.
- Nesse contexto, a *tecnologia é um bem livre*, isto é, disponível gratuitamente para todos que desejam utilizá-la, e o seu aperfeiçoamento não pode ser explicado por fatores econômicos.
- Daí a necessidade de supor que a eficiência do trabalho cresce a uma taxa exógena .

# Acumulação de capital

- Temos também  $\frac{\dot{L}}{L}$  que é a taxa de crescimento da força de trabalho.
- Supondo que a taxa de participação (ou seja, o percentual da população que faz parte da força de trabalho) e a taxa de desemprego são constantes ao longo do tempo; então a taxa de crescimento da força de trabalho é igual à taxa de crescimento da população.
- Dessa forma, iremos supor que a taxa de crescimento da população é uma constante exógena, dada por  $\eta$ .

# Acumulação de Capital

- Substituindo (13) em (14) temos após os algebrismos necessários que:

$$\dot{k} = \frac{sY - \delta K}{AL} - gk - \eta k = sy - \delta k - gk - \eta k \quad (15)$$

- Substituindo (3) na equação acima, obtemos a seguinte expressão:

$$\dot{k} = sf(k) - k(\delta + g + \eta) \quad (16)$$

# A Equação Fundamental de Crescimento

- A equação (16) é a assim chamada ***equação fundamental de crescimento de Solow***.
- Essa equação nos diz que a dinâmica do estoque de capital por unidade de trabalho eficiente depende da diferença entre o *investimento realizado* por unidade de trabalho eficiente e o *investimento requerido* para manter o estoque de capital por unidade de trabalho eficiente constante.
- Quando o primeiro termo dessa subtração é maior do que o segundo, o investimento nessa economia será mais do que suficiente para:
  - (i) compensar a depreciação do estoque de capital,
  - (ii) equipar os novos trabalhadores com a mesma “quantidade de equipamento” dos utilizada pelos trabalhadores antigos e
  - (iii) compensar o efeito do progresso tecnológico sobre a quantidade de capital por unidade de trabalho eficiente.
- Nesse contexto, ocorre um aumento da intensidade de capital, isto é, a quantidade de capital por unidade de trabalho eficiente aumenta

# Equilíbrio de Longo-Prazo

- Iremos definir equilíbrio de longo-prazo nessa economia como a situação em que não há nenhuma variação endógena do estoque de capital por unidade de trabalho eficiente, ou seja, quando as variações no mesmo se dão apenas por alterações exógenas nos parâmetros.
- Fazendo  $\dot{k} = 0$  em (16):

$$sf(k^*) = k(\delta + g + \eta) \quad (17)$$

- Na equação (17),  $k^*$  é o estoque de capital por unidade de trabalho eficiente de equilíbrio de longo-prazo dessa economia.
- Para que seja possível determinar precisamente o valor de devemos definir a forma funcional da função de produção.

# Equilíbrio de Longo-Prazo

- Uma forma funcional possível é a função Cobb-Douglas, como a que apresentamos abaixo:

$$f(k) = k^\alpha \quad (18) Y = K^\alpha (AL)^{1-\alpha}$$

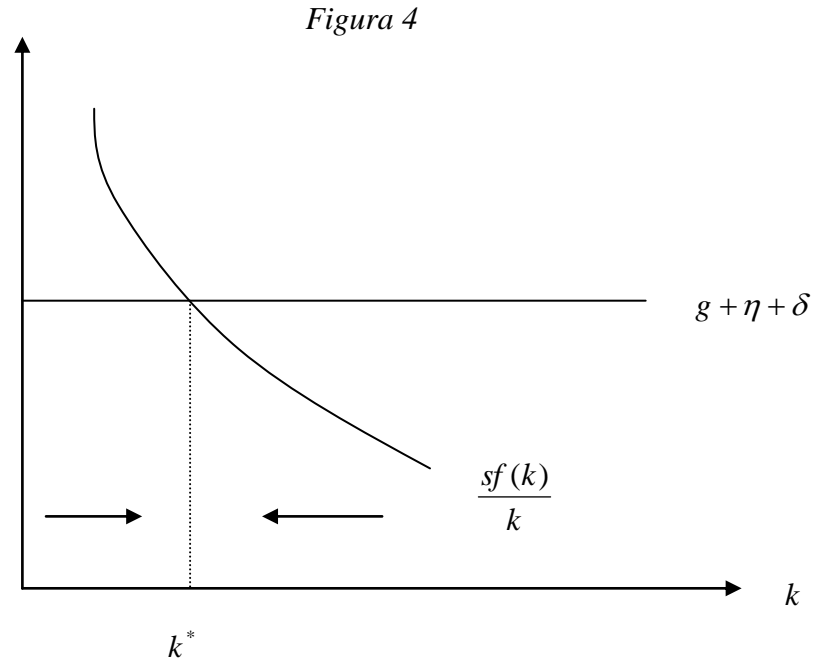
- Utilizando essa forma funcional na equação de equilíbrio de longo-prazo (17), podemos calcular o valor de  $k$ , como se segue abaixo:

$$sk^{*\alpha} = k(\delta + g + \eta) \quad (19)$$

$$k^* = \left( \frac{s}{\delta + g + \eta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (20)$$



# Equilíbrio de Longo-Prazo



# Propriedades do Equilíbrio de Longo-Prazo

- No equilíbrio de longo-prazo, sabemos que  $y$  e  $k$  são constantes ao longo do tempo.
- Isso, no entanto, não significa que o estoque de capital e o nível de produto permanecem constantes ao longo do tempo.
- Com efeito, o estoque de capital da economia estará crescendo a uma taxa  $(\eta+g)$ .
- Isso porque  $k$  constante implica que  $K$  tem que crescer à mesma taxa que  $AL$ .
- Por outro lado,  $y$  constante implica que  $Y$  tem que crescer à mesma taxa que  $AL$ , de tal forma que o produto também crescerá a uma taxa de  $(\eta+g)$ .
- Vemos, portanto, que o crescimento no longo-prazo, tanto do estoque de capital quanto do produto, depende diretamente de parâmetros exógenos.
- Dessa forma, o modelo de Solow não contém em si mesmo uma explicação do fenômeno do crescimento, uma vez que o motor desse crescimento, no longo-prazo, é constituído pelo crescimento populacional e pelo progresso tecnológico, que são fatores não explicados pelo referido modelo.
- Essa é a razão pela qual este modelo pode também ser denominado de *modelo de crescimento exógeno*.

# Crescimento e Distribuição

- Estamos, agora, em condições de analisar a interação entre crescimento e distribuição de renda, segundo o modelo de Solow.
- O modelo de crescimento e distribuição de renda de Solow pode ser apresentado pelo seguinte sistema de equações:

$$\frac{sf(k)}{k} = g + \eta + \delta \quad (17)$$

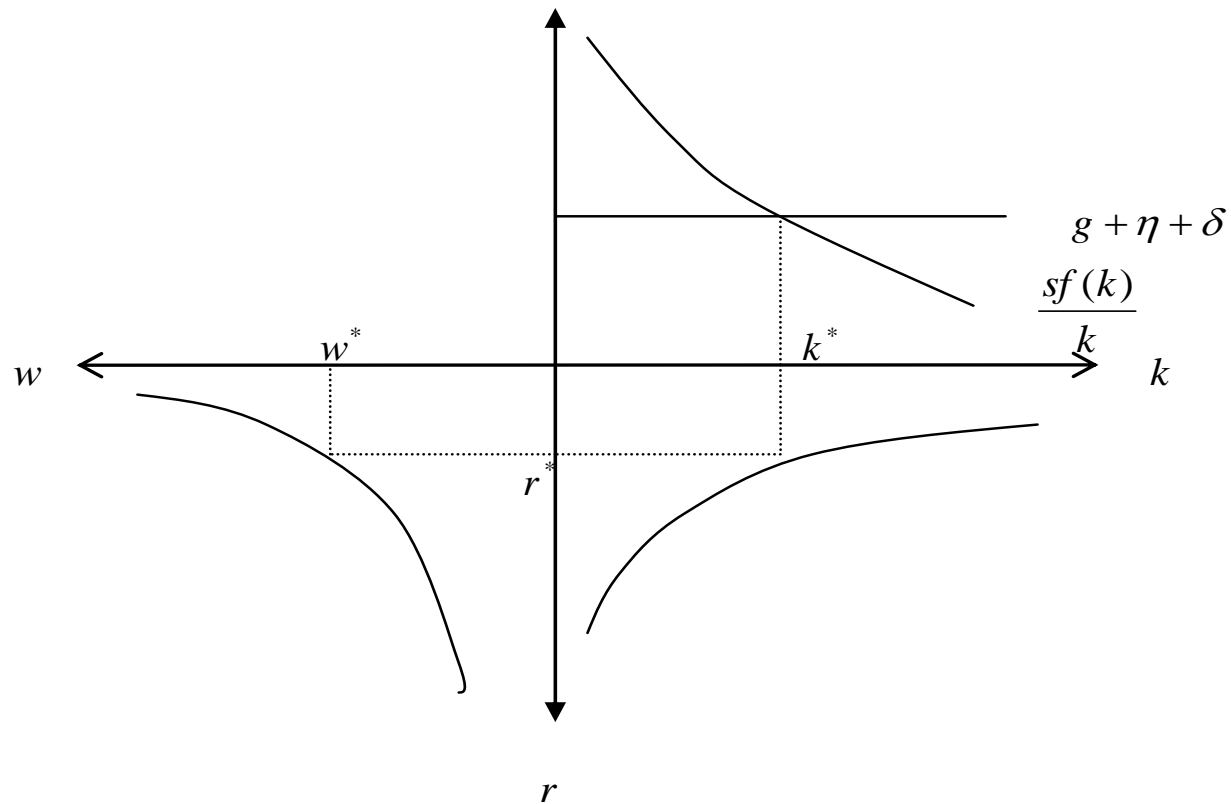
$$r = f'(k) \quad (6)$$

$$w = f[k(r)] - rk(r) \quad (10)$$

- O sistema formado pelas equações (17), (6) e (10) possui três incógnitas, a saber :  $k$ ,  $r$  e  $w$ .
- As variáveis exógenas são  $s$ ,  $n$ ,  $g$  e  $\delta$ .
- Como o sistema tem o mesmo número de equações do que de incógnitas segue-se que, a princípio, existe uma solução para o mesmo.

# Crescimento e Distribuição

*Figura 5*



# Efeitos de um Aumento da Taxa de Poupança

