Structuralist Development Macroeconomics Research Group

O Modelo de Agente Representativo

José Luis Oreiro

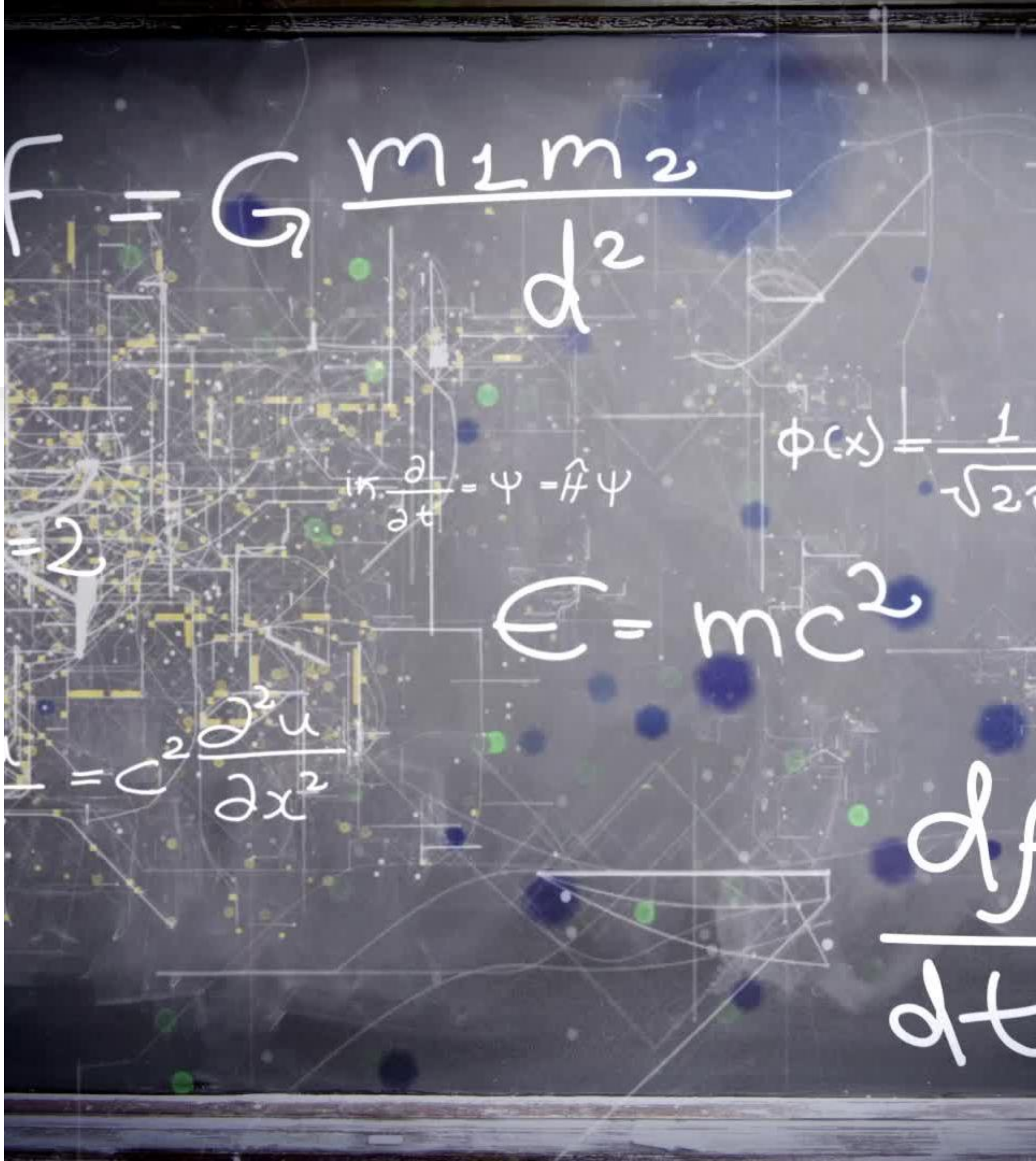
Departamento de Economia da Universidade de Brasília

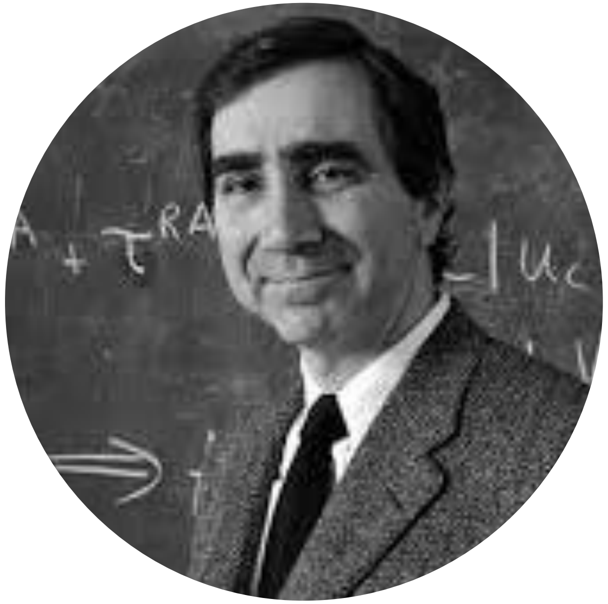
É possível agregar preferências individuais?

- A premissa básica do modelo de Agente Representativo é agregar o comportamento de um grande número de tomadores de decisão
- Essa agregação é possível?
- As implicações do comportamento otimizador a nível microeconômico já foram examinadas exaustivamente e os resultados são ambíguos.
- A não ser que sejam impostas hipóteses altamente restritivas, *preferências bem comportadas a nível individual não geram resultados macroeconômicos que podem ser caracterizados como se resultassem do processo de otimização de um único agente representativo.*

O Teorema de **Sonnenschein–Mantel–Debreu**

- O teorema de **Sonnenschein–Mantel–Debreu** (nomeado após Gérard Debreu, Rolf Mantel e Hugo F. Sonnenschein) é um resultado em economia de equilíbrio geral.
- Ele afirma que a função excesso de demanda para uma economia não é restringida pelas usuais restrições de racionalidade sobre demandas individuais na economia.
- Assim, premissas de racionalidade microeconômicas não tem implicações macroeconômicas equivalentes.
- As principais implicações do teorema são que, com muitos mercados interdependentes dentro da economia, pode não existir um único ponto de equilíbrio.
- Frank Hahn considerou o teorema como a crítica mais perigosa contra economia ortodoxa micro-fundamentada





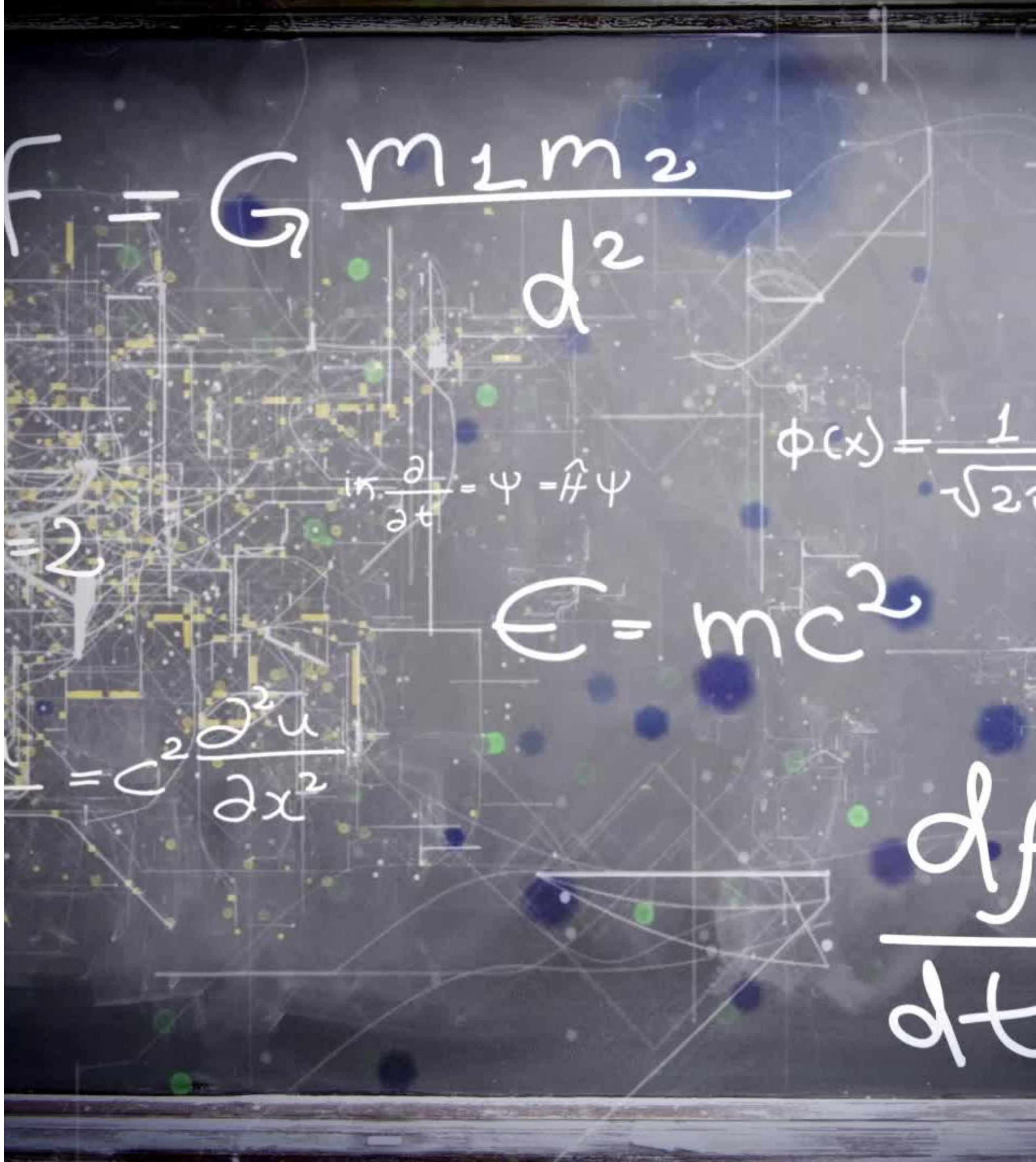
Um exemplo de aplicação do Teorema SDM

- Considere uma economia de troca pura (sem produção) com dois tipos de agentes (A e B) e dois tipos de bens (1 e 2).
- Existe um grande número de ambos os tipos de agentes $(n_A, n(_B)$ e os agentes são tomadores de preço.
- Ambos os tipos de agentes tem preferências descritas por uma função utilidade do tipo Stone-Geary com os dois tipos de agentes tendo as mesmas necessidades mínimas dos dois bens (q_1^{min}, q_2^{min}).
- Os agentes diferem, contudo, no que diz respeito a dotação inicial dos dois bens e com relação aos parâmetros da função utilidade.
- Os agentes tipo A tem uma dotação inicial $(\bar{q}_1)$ do bem 1 e zero do bem 2; em termos de preferências eles valorizam mais o bem tipo 1 do que o bem tipo 2.
- Os agentes tipo B possuem uma dotação inicial $(\bar{q}_2)$ do bem 2 e nada do bem 1; e valorizam mais o bem 2 do que o bem 1.

Função Utilidade

- $U^i(q_1, q_2) = \left\{ \begin{matrix} (q_1 - \ q_1^{min})^{\alpha_i}(q_2 - \ q_2^{min})^{1-\alpha_i} \\ Se \ \ q_1 > q_1^{min}; \ q_2 > q_2^{min} \\ 0, caso \ contrário \end{matrix} \right\}$

- $\alpha_A > 0{,}5 > \alpha_B$



Interpretação

- Essas hipóteses impõem que uma vez atendidas suas necessidades mínimas de consumos os agentes tipo A vão gastar mais dos seus recursos com o bem tipo 1; ao passo que os agentes tipo B vão gastar mais de seus recursos no bem tipo 2
- Caso particular: $\alpha_A = 1 \; e \; \alpha_B = 0$
- Temos: (1) $U^A(q_1, q_2) = \begin{Bmatrix} \left(q_1 - q_1^{min}\right) se \; q_1 \geq q_1^{min}; \; q_2 \geq q_2^{min} \\ 0, \; caso \; contrário \end{Bmatrix}$
- (2) $U^B(q_1, q_2) = \begin{Bmatrix} \left(q_2 - q_2^{min}\right) se \; q_1 \geq q_1^{min}; \; q_2 \geq q_2^{min} \\ 0, \; caso \; contrário \end{Bmatrix}$

Dotações orçamentárias

- Agente tipo A
  - Valor da dotação inicial: $p_1\overline{q_1}$
  - Custo do consumo ´mínimo do bem 2: $p_2 q_2^{min}$
  - Demanda do Agente tipo A pelo bem 1: $p_1\overline{q_1}$ - $p_2 q_2^{min}$ (Valor que sobra para gastar no bom tipo 1).
  - $p_1 q_1^A = p_1\overline{q_1} - p_2 q_2^{min}$
  - $(3)\ \ q_1^A = \overline{q_1} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right) q_2^{min}$
- Agente tipo B
  - $q_1^B = q_1^{min}$
  - $(4)\ \ q_2^B = \overline{q_2} - \left(\frac{p_1}{p_2}\right) q_1^{min}$

Demanda Agregada

- A demanda agregada pelo bem 1 é dada por:
- $Q_1^D(p_1;\, p_2) = n\left[\overline{q_1} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right) q_2^{min} + q_1^{min}\right] \quad (5)$
- A Demanda Agregada pelo bem 2 é dada por:
- $Q_2^D(p_1;\, p_2) = n\left[\overline{q_2} - \left(\frac{p_1}{p_2}\right) q_1^{min} + q_2^{min}\right] \quad (6)$
- As funções de demanda agregada tem a propriedade que:
- $\frac{\partial Q_1^D}{\partial\left(\frac{p_1}{p_2}\right)} > 0$ um aumento do preço relativo do bem 1 (fica mais caro) aumenta a demanda do bem 1 (efeito renda prevalece sobre o efeito substituição).
- $\frac{\partial Q_2^D}{\partial\left(\frac{p_2}{p_1}\right)} > 0$ um aumento do preço relativo do bem 2 (fica mais caro) aumenta a demanda do bem 2 (efeito renda prevalece sobre o efeito substituição).

Agregação e preferência revelada

- As funções de demanda agregada (5) e (6) não podem ser vistas como o resultado do processo de otimização do Agente Representativo porque violam o *axioma fraco da preferência revelada*.
- A dotação do Agente Representativo é dada por: $(n\overline{q_1}; n\overline{q_2})$
- A restrição orçamentária do Agente Representativo é dada por
- $np_1\overline{q_1} + np_2\overline{q_2} = p_1 q_1^d + p_2 q_2^d \qquad (7)$
- Dividindo-se (7) por p_2, temos:
- $n\frac{p_1}{p_2}\overline{q_1} + n\overline{q_2} = \frac{p_1}{p_2} q_1^d + q_2^d \qquad (8)$
- Condição de Market-Clearing:
- $q_1^d(p_1, p_2) = n\overline{q_1}$ (9ª)
- $q_2^d(p_1, p_2) = n\overline{q_2}$ (9b)

Preferência Revelada

- Seja$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^*$ o preço relativo de market-Clearing
- O Agente Representativo escolhe uma cesta compatível com a restrição orçamentária.
- Como $\frac{\partial Q_1^D}{\partial\left(\frac{p_1}{p_2}\right)} > 0$ essa escolha é tal que $q_1^d < n\overline{q_1}\ quando\ \left(\frac{p_1}{p_2}\right) < \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^*$ e que $q_1^d > n\overline{q_1}\ quando\ \left(\frac{p_1}{p_2}\right) > \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^*$
- Da equação (8) temos que:
- $n\frac{p_1}{p_2}\overline{q_1} + n\overline{q_2} = \frac{p_1}{p_2}q_1^d + q_2^d$
- Se $q_2^d = 0 \leftrightarrow q_1^{Max} = n\overline{q_1} + n\left(\frac{p_2}{p_1}\right)\overline{q_2} \qquad (8a)$
- Se $q_1^d = 0 \leftrightarrow q_2^{Max} = n\overline{q_1} + \frac{n}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)}\overline{q_2} \qquad (8b)$

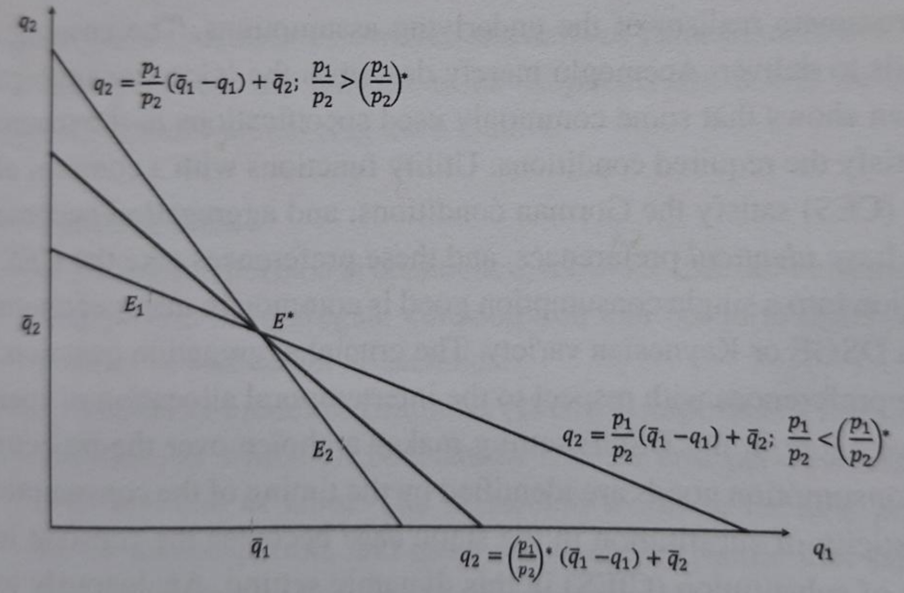


Figure 2.1 Budget constraints and choices of the representative agent.

Análise

- Ao vetor de preços de equilíbrio a composição da demanda corresponde a dotação inicial (a demanda dos bens 1 e 2 tem que se igualar com a dotação inicial para os mercados se esvaziarem)
- A inclinação da curva de restrição orçamentária é dada por $\left|\frac{p_2}{p_1}\right|$
- Se $\left|\frac{p_2}{p_1}\right|$ aumentar relativamente ao valor de market-clearing então a cesta E_1 é escolhida.
- Se $\left|\frac{p_2}{p_1}\right|$ diminuir relativamente ao valor de market-clearing então a cesta E_2 é escolhida.
- O ponto E_2 se encontra no interior da região da restrição orçamentária quando $\left(\frac{p_1}{p_2}\right) > \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^*$; logo por preferência revelada temos que $E_1 > E_2$. Contudo a cesta E_2 é escolhida quando $\left(\frac{p_1}{p_2}\right) < \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^*$, uma situação em que a cesta E_1 está disponível, logo $E_2 > E_1$
- INCONSISTÊNCIA (Viola o axioma da transitividade das preferências).

Existência do Agente Representativo

A não existência de um agente representativo se deriva do fato de que as variações de preços relativos tem efeitos renda e substituição.

Um aumento do preço do bem 1 aumenta a renda real dos agentes tipo A mas reduz a renda real dos agentes tipo B. A presença de feitos renda num contexto de *heterogeneidade de agentes* compromete a existência de um agente representativo.

Mudanças na distribuição de renda geram mudanças na estrutura de demanda sem que ocorram mudanças nas preferências individuais.

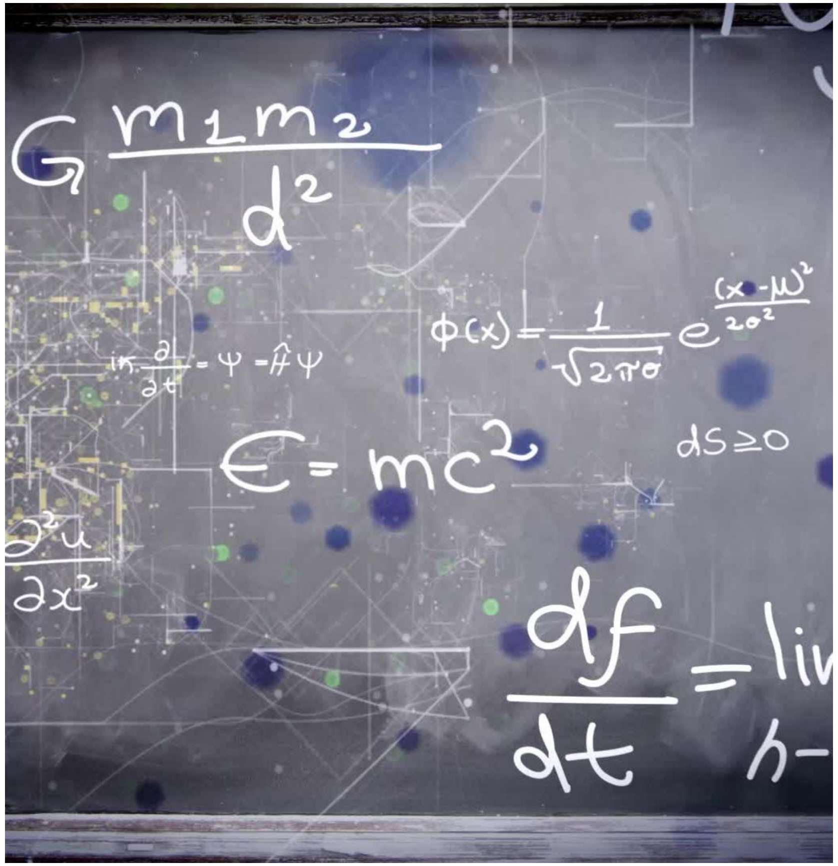
Como mostrado no teorema de SDM hipóteses muito restritivas são necessárias para assegurar a existência de um agente representativo.

A Tentativa de Salvamento do AR por Acemoglu (2009)

- Acemoglu (2009) reconhece que existe um problema de agregação de preferências e a validade do Teorema SDM, bem como a necessidade de hipóteses restritivas.
- Contudo, esses problemas poderiam ser contornados por funções de preferência razoavelmente realistas a respeito da distribuição de renda entre os agentes.
- Trata-se, nas palavras de Acemoglu (2009, p.151), *um caso especial, mas relevante*

O Teorema de Agregação de Gorman

- Consideremos uma economia que possua N bens. A função de utilidade indireta da família *h* especifica a utilidade (ordinal) do agente como função do vetor de preços $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ e a renda da unidade familiar ω^h.
- Suponha que as preferências de cada família *h* podem ser representadas por uma função utilidade indireta da seguinte forma:
- $v^h(p, \omega^h) = a^h(p) + b(p)\omega^h \quad (*)$
- E que cada família tenha uma demanda estritamente positiva por cada bem. Então essas preferências podem ser agregadas e representadas por:
- $v^h(p, \omega^h) = a(p) + b(p)\omega \quad (**)$
- Onde: $a^h(p) = \int_h a^h(p)dh$ e $\omega = \int_h \omega^h dh$
- Preferências Tipo Gorman: Geram *curvas de Engel* lineares e cada curva para cada indivíduo tem a mesma inclinação que para os demais, de tal forma que uma redistribuição de renda entre as famílias não afeta a demanda.
- Esse teorema implica que quando as preferências podem ser representadas por funções utilidade indiretas tipo (*) então o comportamento agregado pode ser representado *como se* tivesse resultado da otimização de um único agente.



Função Utilidade tipo CES

- As funções utilidade tipo CES atendem as condições do Teorema da Agregação de Gorman. A agregação torna-se possível se todos o agentes possuírem preferências idênticas e essas preferências forem do tipo CES [Skott]
- OBS: O teorema da agregação não diz que as preferências tem que ser iguais apenas que a função utilidade indireta admita a representação tipo (*).
- Iremos assumir que as famílias procuram maximizar uma função utilidade intertemporal do seguinte tipo:
- $U^i = \sum_0^{T_i} (1+\rho)^{-t} u\left(c_{i,t}\right) \quad (1)$
- Onde: $c_{i,t}$ é o consumo do agente *i* no período *t* e T_i é o horizonte de planejamento.
- Todos os agentes tem a mesma taxa de desconto e a mesma função utilidade por período:
- $u\left(c_{i,t}\right) = \frac{{c_{i,t}}^{1-\emptyset}-1}{1-\emptyset}; \qquad \emptyset > 0 \quad (2)$

Função Utilidade Intertemporal

- Pelo Teorema da agregação de Gorman as preferências de um conjunto *h* de famílias com um horizonte idêntico e infinito de planejamento podem ser representadas pela função utilidade intertemporal de um agente representativo como a que vemos abaixo:
- $U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{c_t^{1-\emptyset} - 1}{1-\emptyset} \right)$
- Onde: $\beta = \frac{1}{1+\rho}$