

## Desenvolvimento com Oferta Ilimitada de Mão-De-Obra : O Modelo de Lewis (1954)

Hipóteses:

- ✓ Dois setores: S (subsistência) e M (moderno ou capitalista).
- ✓ No setor S os trabalhadores recebem como remuneração o produto médio do trabalho
- ✓ O setor S produz o mesmo produto que o setor M, porém com uma quantidade negligenciável de capital.
- ✓ As funções de produção dos setores S e M são dadas por:

$$M = AK^\alpha(L_M)^{1-\alpha} \quad (1)$$

$$S = \bar{w}_S L_S \quad (2)$$

- ✓ Os mercados de trabalho são competitivos no sentido de que o salário do setor capitalista tem que pagar é determinado pelo que as pessoas podem ganhar fora do setor.
- ✓ Seja  $f > 1$  o prêmio salarial.
- ✓ Temos que:  $w_M = f \bar{w}_S$  (3)
- ✓ O emprego no setor capitalista é determinado pela maximização de lucro
- ✓ Temos:

$$\pi = p_m AK^\alpha(L_M)^{1-\alpha} - w_M L_M \quad (4)$$

- ✓ Assumindo que  $p_m = 1$  temos:

$$MAX \pi = AK^\alpha(L_M)^{1-\alpha} - w_M L_M$$

- ✓ Derivando com respeito a  $(L_M)$  e igualando a zero temos:

$$(1 - \alpha)AL_M^{-\alpha}K^\alpha - w_M = 0$$

- ✓ Resolvendo para  $L_M$ , temos:

$$L_M^* = \left[ \frac{A(1 - \alpha)}{w_M} \right]^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} K \quad (5)$$

- ✓ Não existe desemprego aberto no sentido de que quem não trabalha no setor capitalista irá trabalhar no setor não capitalista (desemprego disfarçado?)

- ✓ O desemprego Keynesiano pode ser eliminado pelo aumento da demanda efetiva: isso leva ao aumento do nível de preços e a uma redução do salário real, aumentando assim a demanda de trabalho.
- ✓ No modelo de Lewis isso não funciona: se o aumento da demanda efetiva reduzir o salário real no setor capitalista então os trabalhadores irão migrar para o setor de subsistência impedindo assim a queda do salário real.
- ✓ A única forma de reduzir o excedente de mão-de-obra é expandir, não a demanda efetiva, mas o estoque de capital.
- ✓ O modelo de Lewis assume rigidez de salário real, ao passo que o modelo Keynesiano assume rigidez de salário nominal.
- ✓ Já no modelo da economia política clássica o setor capitalista se defronta com uma curva de oferta de trabalho perfeitamente elástica ao nível de salário de subsistência.
  - No modelo clássico não existe um setor de subsistência
  - A oferta de trabalho é elástica devido ao mecanismo Malthusiano de crescimento populacional.

$$\hat{L} = f(w - w_s) \quad (7)$$

- ✓ O modelo clássico não possui um setor de subsistência, mas uma oferta endógena de trabalho.

### **Equilíbrio de Curto-Prazo e Acumulação de Capital**

- ✓ Enquanto os dois setores coexistirem o salário de equilíbrio do setor capitalista  $w_m$  será dado por  $f w_s$ . Nesse caso, o aumento da relação K/L irá ocorrer apenas por um aumento de  $L_M$  mantendo  $w_m$  constante (observação: a relação K/L no setor capitalista continuará constante até a economia atingir o ponto de Lewis, ou seja, até que toda a mão-de-obra do setor de subsistência seja transferido para o setor capitalista).
- ✓ Sabemos que a produtividade marginal do trabalho em pleno-emprego é dada por:

$$(1 - \alpha)A \tilde{k}^\alpha \quad \text{onde } \tilde{k} = \frac{K}{L}$$

- ✓ Ponto de Lewis:  $(1 - \alpha)A \tilde{k}^\alpha = f w_s$

$$\tilde{k} = \left[ \frac{f w_s}{(1 - \alpha)A} \right]^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} \quad (8)$$

- ✓ Vamos assumir que os trabalhadores no setor capitalista e no setor de subsistência consomem toda a sua renda.

$$S = s_p P$$

- ✓ Defina-se:

$$\sigma = \frac{S}{K} = s_p \frac{P}{K} = s_p r \quad (9)$$

Onde:  $r$  é a taxa de lucro sobre o capital

$$\frac{\Delta K}{K} = g = \frac{I - \delta K}{K} = \frac{I}{K} - \delta \quad (10)$$

$$g = s_p r - \delta \quad (11)$$

- ✓ Abstraindo o progresso técnico, a taxa natural de crescimento (ou seja, aquela que é compatível com uma taxa de emprego constante ao longo do tempo) é igual a taxa de crescimento da força de trabalho, a qual iremos considerar exógena e constante dada por  $n$ .
- ✓ Ao longo da trajetória de crescimento balanceado o estoque de capital tem que crescer a mesma taxa que a força de trabalho (definição de crescimento balanceado). Temos que:

$$s_p r - \delta = n \quad (12)$$

- ✓ A taxa de lucro é determinada pela produtividade marginal do capital, ou seja:

$$r = \frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha A K^{\alpha-1} L^{1-\alpha}$$

$$r = \frac{\alpha A K^\alpha L^{1-\alpha}}{K} = \alpha \frac{Y}{K} \quad (13)$$

- ✓ Mas:

$$r = \alpha \frac{\left(\frac{Y}{L}\right)}{\left(\frac{K}{L}\right)} = \frac{\tilde{y}}{\tilde{k}} \quad (13a)$$

$$\frac{Y}{L} = \frac{A K^\alpha L^{1-\alpha}}{L} = A \tilde{k}^\alpha$$

- ✓ Logo:

$$r = \alpha A \tilde{k}^{\alpha-1} \quad (14)$$

✓ Substituindo (8) em (14), temos:

$$r = \alpha A \left\{ \left[ \frac{w_M}{(1-\alpha)A} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \right\}^{\alpha-1}$$

✓ Rearrumando a expressão temos:

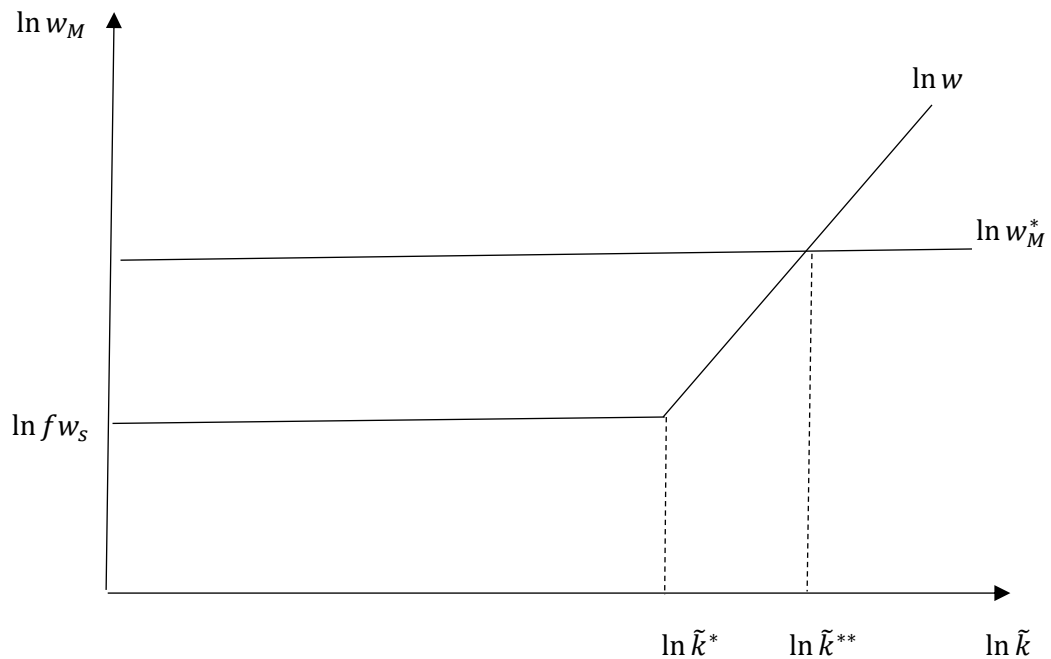
$$r = \alpha A^{\frac{1}{\alpha}} \left[ \frac{(1-\alpha)}{w_M} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \quad (15)$$

✓ Substituindo (15) em (12):

$$s_p \alpha A^{\frac{1}{\alpha}} \left[ \frac{(1-\alpha)}{w_M} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - \delta = n$$

$$\left[ \frac{(1-\alpha)}{w_M} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} = \left( \frac{\delta+n}{\alpha s_p} \right) A^{-\frac{1}{\alpha}}$$

$$w_M^* = A^{\left(\frac{1}{1-\alpha}\right)} (1-\alpha) \left[ \frac{s_p \alpha}{\delta+n} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad (16)$$



## Propriedades do Steady-State do Modelo de Lewis

- ✓ Se  $w_M^* > f w_s$  então o steady-state do modelo de Lewis é o mesmo do Modelo de Solow.
- ✓ A expansão do setor capitalista ocorre a taxas constantes ao invés de declinantes até que o ponto de Lewis seja alcançado. Essa taxa de expansão é dada por:  $\sigma = s_p r$ .
- ✓ A taxa de lucro e a produtividade do setor capitalista não se alteram durante a fase de transição, ou seja, enquanto o “ponto de Lewis” não é atingido.
- ✓ Considere que:  $Y = S + M$  (17), onde  $Y$  é a produção agregada.
- ✓ Suponha que  $w_s = 1$ , temos que:
- ✓  $Y = L_s + AK^\alpha L_M^{(1-\alpha)}$  (18)

Sabemos que

$$L_M^* = \left[ \frac{A(1-\alpha)}{w_M} \right]^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} K \quad (5)$$

- ✓ Sabemos que:  $L = L_s + L_M \Leftrightarrow L_M = L - L_s$ . Logo temos que:
- ✓  $Y = L + AK^\alpha L_M^{(1-\alpha)} - L_M$  (17a)
- ✓ Assuma, sem perda de generalidade, que  $f=1$ ; logo  $w_M = w_s = 1$ .
- ✓ Substituindo (5) em (17a), temos:

$$Y = L + AK^\alpha \left\{ [(1-\alpha)A]^{\frac{1}{\alpha}} K \right\}^{1-\alpha} - [(1-\alpha)A]^{\frac{1}{\alpha}} K$$

- ✓ Após alguns algebrismos chega-se na seguinte expressão:

$$Y = L + \alpha(1-\alpha)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} A^{\frac{1}{\alpha}} K \quad (19)$$

- ✓ Observa-se na equação (19) que a função agregada de produção é homogênea de grau um no trabalho e no capital, ou seja, durante a fase de transição a economia opera com rendimentos marginais constantes tanto para o capital como para o trabalho.
- ✓ Embora a tecnologia no setor capitalista esteja sujeita a rendimentos marginais decrescentes do capital, a função de produção agregada opera com rendimentos marginais constantes.
- ✓ Durante a fase de trabalho excedente a intensidade do capital e a renda per-capita aumentam; mas a razão é completamente diferente do modelo de Solow.

- ✓ No modelo de Solow o produto per-capita cresce porque a intensidade do capital no setor capitalista aumenta, fazendo o trabalhador mais produtivo.
  - Mas no modelo de Lewis não há aumento da intensidade do capital no setor capitalista durante a fase de trabalho excedente (ver equação 5).
- ✓ O aumento da produtividade global da economia decorre da realocação (mudança estrutural) dos trabalhadores do setor de subsistência para o setor capitalista, cuja produtividade é mais alta.
- ✓ Vejamos:

$$\tilde{y} = w_s \left( \frac{L_s}{L} \right) + \tilde{y}_M \frac{L_M}{L} \quad (20)$$

- ✓ Rearranjando a equação, temos:

$$\tilde{y} = w_s + (\tilde{y}_M - w_s) \left( \frac{L_M}{L} \right) \quad (21)$$

$$\text{onde: } \tilde{y} = \frac{Y}{L} \quad \text{e} \quad \tilde{y}_M = \frac{M}{L_M}$$

- ✓ Durante a fase de transição  $\tilde{y}_M$  fica constante (ver equação 19); mas  $\left( \frac{L_M}{L} \right)$  aumenta.