Nota de aula 15: Derivação do coeficiente de (Kaldor-)Verdoorn.

Seja $g_{\tilde{y}_M}$ a taxa de crescimento da produtividade do trabalho na manufatura

g_L a taxa de crescimento do emprego industrial

g_M a taxa de crescimento da produção industrial

Temos:

$$g_M = g_{\tilde{y}_M} + g_L \qquad (1)$$

$$g_{\tilde{y}_M} = c + v g_M \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2) temos:

$$g_{\tilde{y}_M} = c + v\left(g_{\tilde{y}_M} + g_L\right)$$

Resolvendo para $g_{\tilde{y}_M}$, temos:

$$g_{\tilde{y}_M} = \frac{c}{1-v} + \frac{v}{1-v} g_L \qquad (3)$$

$$\frac{\partial g_{\tilde{y}_M}}{\partial g_L} > 0 \ \leftrightarrow v < 1$$

Assumindo uma função de produção CES na manufatura, ou seja:

$$M = A[\alpha K^{\varphi} + (1-\alpha)L^{\varphi}]^{\frac{1}{\varphi}} \qquad (4)$$

Onde: $A = K^{\mu}$ representa a externalidade tecnológica

Se a Elasticidade de substituição entre os fatores de produção for muito baixa, então o parâmetro μ de retornos crescentes e a elasticidade da oferta de trabalho devem ser muito altos para que $v < 1$ e a produtividade industrial e o emprego industrial estejam correlacionados.

Exercício proposto: Sabendo que a elasticidade de substituição entre os fatores é dada por $\sigma = \frac{1}{1-\varphi}$. Pede-de:

(a) Mostre que a produtividade do trabalho na manufatura pode ser expressa por:

$$p = \frac{M}{L} = K^{\mu}\left[\alpha\tilde{k}^{\varphi} + (1-\alpha)\right]^{\frac{1}{\varphi}}$$

(b) Mostre que o coeficiente de Verdoorn pode ser expresso por:

$$v = \frac{\partial \ln P}{\partial \ln M} = \frac{(\pi\lambda + \sigma\mu)}{\pi(\lambda + e) + \sigma\mu(1+\mu)}$$

Onde: $\lambda = \mu e + \sigma(1 - \mu e)$; e é a elasticidade da oferta de trabalho para o setor M; π é a participação dos lucros na renda.

(c) Explique porque $v < 1$ exige um valor alto para μ e um valor baixo para e.