Modelos Neoclássicos de Crescimento

José Luis Oreiro
Professor do Departamento de Economia da Universidade de Brasília
Pesquisador Nível IB do CNPq.

Crescimento Determinado pelas Condições de Oferta

- Modelos Neoclássicos de Crescimento: Solow (1956/1957)
- O crescimento de longo-prazo é determinado pela taxa de acumulação de fatores de produção (capital e trabalho) e pelo ritmo de crescimento da produtividade do trabalho (progresso tecnológico)
- Esses fatores determinam a tendência de crescimento de longo-prazo das economias capitalistas.
- A demanda agregada é importante apenas para explicar os desvios do PIB real com respeito a tendência de longo-prazo, ou seja, aquilo que os economistas chamam de ciclo econômico.

Estrutura Básica do Modelo

- Consideremos uma economia que produz um único bem (trigo), a partir de dois fatores de produção, a saber : trabalho e capital.
- Este último é constituído pelo trigo que não foi utilizado no período anterior para o atendimento da demanda de consumo, ou seja, trata-se do estoque "poupado" de trigo.
- Podemos representar a quantidade produzida de trigo por intermédio da seguinte função macroeconômica de produção:

$$Y = F(K,L); \quad F_K > 0; F_L > 0; F_{KK} < 0; F_{LL} < 0; F_{KL} = F_{LK} > 0 \quad (1)$$

Incorporando o progresso técnico

- A função de produção desenvolvida até aqui supõe que a tecnologia é dada, ou seja, que não há progresso tecnológico.
- No entanto, é possível incorporar o mesmo a essa função.
- Uma forma possível de fazê-lo é colocar um parâmetro que representa a eficiência do trabalho, parâmetro esse cujo valor se altera em decorrência do progresso tecnológico.
- Dessa forma, o avanço técnico se traduzirá em um aumento da eficiência com a qual os trabalhadores produzem bens e serviços:
  - $Y = F(K, AL)$ (2)

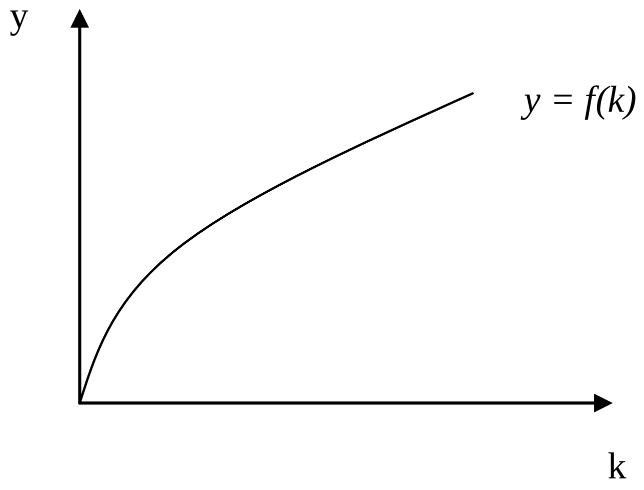
Retornos Constantes de Escala

- Supondo que a função é homogênea linear, ou seja, que os retornos de escala são constantes, segue-se que a equação (2) pode ser expressa na forma intensiva, ou seja:

$$k = \frac{K}{AL} \qquad y = \frac{Y}{AL}$$

$$y = f(k) \quad (3)$$

Figura 1



A Fronteira Salário-Lucro

- Se os retornos de escala são constantes, então vale o *teorema de Euller* segundo o qual:

$$Y = \frac{\partial Y}{\partial K} K + \frac{\partial Y}{\partial L} AL \quad (4)$$

- No modelo de Solow, consideramos que prevalece a concorrência perfeita nos mercados de fatores de produção, de forma que a remuneração dos mesmos será igual a sua produtividade marginal, ou seja:

$$Y = rK + wAL \quad (5)$$

A Fronteira Salário-Lucro

- Dividindo-se (2) por *AL*, temos após os algebrismos necessários que:

$$r = f'(k) \qquad (6)$$

$$w = f(k) - f'(k)k \qquad (7)$$

- As equações (6) e (7) apresentam a taxa de lucro e a taxa de salário real como uma função do *estoque de capital por unidade de trabalho eficiente*.
- Sendo assim, se conhecermos a dotação dos fatores de produção, ou seja, as quantidades existentes de capital e trabalho; então será possível determinar o estoque de capital por unidade de trabalho eficiente e, dessa forma, a remuneração dos fatores de produção.

A Fronteira Salário-Lucro

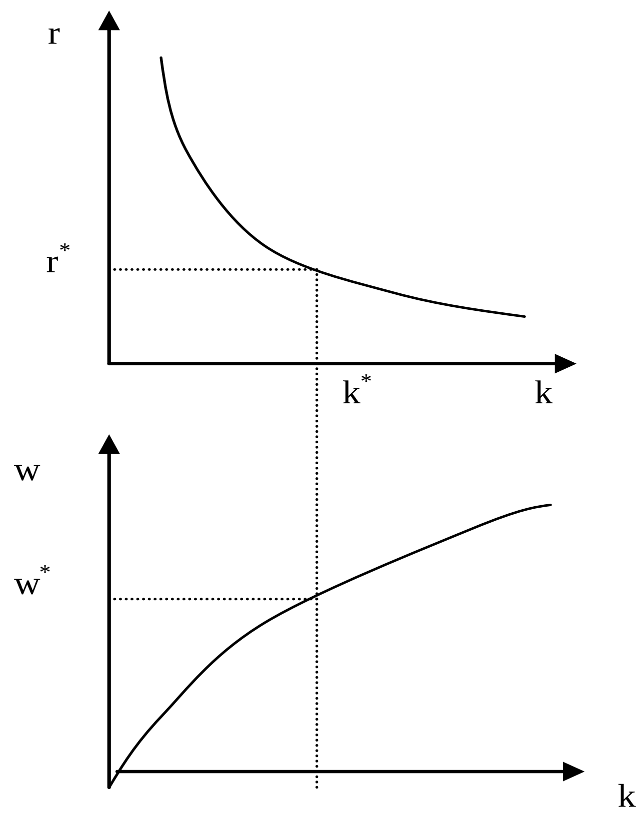
- Para que seja possível apresentar geometricamente a determinação dos salários e dos lucros, é necessário analisar a resposta dessas variáveis à um aumento da intensidade do capital, isto é, um aumento do capital por trabalhador.
- Diferenciando totalmente (6) e (7), obtemos que:

$$\frac{\partial r}{\partial k} = f'' < 0 \qquad (8a)$$

$$\frac{\partial w}{\partial k} = -f''k > 0 \qquad (8b)$$

A Fronteira Salário-Lucro

Figura 2



Fronteira Salário-Lucro

- Um aumento de k tem dois efeitos imediatos.
  - Por um lado, produz uma redução da produtividade marginal do capital; por outro, leva a um aumento da produtividade marginal do trabalho (uma vez que a produtividade marginal cruzada dos fatores é crescente).
  - Como a concorrência entre os donos dos fatores de produção faz com que os mesmos sejam remunerados de acordo com as suas produtividades marginais; segue-se que a taxa de salário real irá aumentar, ao passo que a taxa de lucro irá se reduzir.
- Esse pequeno experimento lógico nos permite tirar a seguinte conclusão : à medida que k aumenta – isto é, à medida em que a economia acumula uma quantidade maior de capital por trabalhador – haverá uma redução progressiva da taxa de lucro e um aumento contínuo do salário real.

Fronteira Salário-Lucro

- Para obter a equação referente à fronteira salário-lucro, observemos inicialmente que, com base na equação da remuneração do capital (equação 6), podemos expressar o estoque de capital por unidade de trabalho eficiente como uma função (inversa) da taxa de lucro. Temos, então que:
  - $k = k\,(r) \quad ; \; k' < 0 \quad (9)$
- Substituindo (9) em (7) temos após os algebrismos necessários que:

$$w = f\left[k(r)\right] - rk(r) \quad ; \frac{\partial w}{\partial r} < 0 \quad (10)$$

Fronteira Salário-Lucro

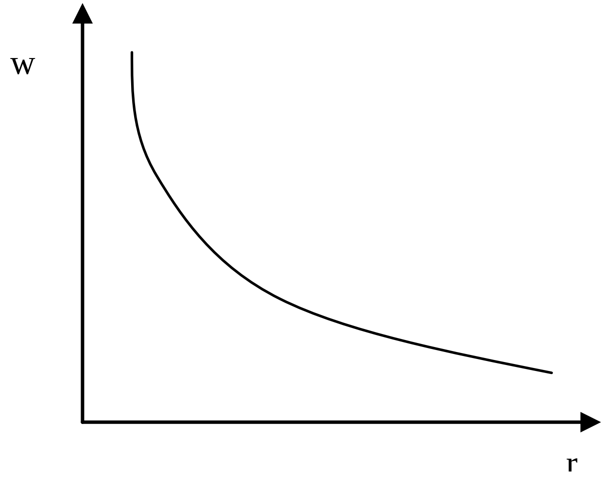


Figura 3

Acumulação de Capital

- Iremos supor que as famílias dessa economia poupam uma fração constante de suas rendas, de tal forma que a poupança agregada é dada por:

$$S = sY = sf\left(\frac{K}{AL}\right)AL \quad (11)$$

- Tal como no caso da função de produção, a poupança pode ser expressa na forma intensiva (ou seja, por unidade de trabalho eficiente), da seguinte forma:

$$\frac{S}{AL} = sy = sf(k) \quad (12)$$

Acumulação de capital

- Iremos supor, também, a existência de um único ativo nessa economia (capital), de tal forma que as famílias não têm outra opção para armazenarem suas poupanças que não a compra direta de bens de capital.
- Utilizando a metáfora do trigo, que considera uma economia cujo único bem produzido é o próprio trigo, a opção de poupança das famílias seria exatamente guardá-lo.
- Como o mesmo é também o capital da economia, decorre que ao não consumi-lo a família estará aumentando o estoque de capital total.
- Desse raciocínio, segue-se que não há distinção entre as decisões de poupança e investimento, ou seja, poupar é o mesmo que investir

Acumulação de Capital

- Defina-se δ a taxa de depreciação do estoque de capital e I o investimento bruto.
- Sabendo que $\dot{K} = I - \delta K$
- E que: I = S = sY
- Chega-se à equação de acumulação de acumulação de capital do modelo de Solow, dada por:

$$\dot{K} = sY - \delta K \quad (13)$$

Acumulação de Capital

- Sabemos que:

$$\dot{k} = \frac{\dot{K}(AL) - K(\dot{A}L + A\dot{L})}{(AL)^2} = \frac{\dot{K}}{AL} - \frac{\dot{A}}{A}\frac{K}{AL}\frac{L}{L} - \frac{\dot{L}}{L}\frac{K}{AL}\frac{A}{A}$$

$$\dot{k} = \frac{\dot{K}}{AL} - \frac{\dot{A}}{A}\frac{K}{AL} - \frac{\dot{L}}{L}\frac{K}{AL} \qquad (14)$$

- Onde: $\frac{\dot{A}}{A}$ é a taxa de crescimento do fator de eficiência do trabalho, ou seja, trata-se do ritmo de progresso tecnológico, que designaremos por *g*.

Acumulação de Capital

- O progresso técnico é essencialmente exógeno no modelo de Solow, ou seja, este modelo não é capaz de determinar endógenamente o ritmo de crescimento do fator de eficiência do trabalho.
- Essa hipótese é uma decorrência lógica da estrutura do próprio modelo.
- Com efeito, nas condições supostas no modelo de Solow, quais sejam: concorrência perfeita nos mercados de fatores e retornos constantes de escala, toda a produção é "exausta" na remuneração dos fatores de produção de acordo com suas produtividades marginais.
- Dessa forma, não resta nada do produto real dessa economia para remunerar a atividade de pesquisa e desenvolvimento de novas tecnologias.
- Nesse contexto, a *tecnologia é um bem livre*, isto é, disponível gratuitamente para todos que desejam utilizá-la, e o seu aperfeiçoamento não pode ser explicado por fatores econômicos.
- Daí a necessidade de supor que a eficiência do trabalho cresce a uma taxa exógena .

Acumulação de capital

- Temos também $\frac{\dot{L}}{L}$ que é a taxa de crescimento da força de trabalho.
- Supondo que a taxa de participação (ou seja, o percentual da população que faz parte da força de trabalho) e a taxa de desemprego são constantes ao longo do tempo; então a taxa de crescimento da força de trabalho é igual à taxa de crescimento da população.
- Dessa forma, iremos supor que a taxa de crescimento da população é uma constante exógena, dada por η .

Acumulação de Capital

- Substituindo (13) em (14) temos após os algebrismos necessários que:

$$\dot{k} = \frac{sY - \delta K}{AL} - gk - \eta k = sy - \delta k - gk - \eta k \quad (15)$$

- Substituindo (3) na equação acima, obtemos a seguinte expressão:

$$\dot{k} = sf(k) - k(\delta + g + \eta) \quad (16)$$

A Equação Fundamental de Crescimento

- A equação (16) é a assim chamada ***equação fundamental de crescimento de Solow.***
- Essa equação nos diz que a dinâmica do estoque de capital por unidade de trabalho eficiente depende da diferença entre o *investimento realizado* por unidade de trabalho eficiente e o *investimento requerido* para manter o estoque de capital por unidade de trabalho eficiente constante.
- Quando o primeiro termo dessa subtração é maior do que o segundo, o investimento nessa economia será mais do que suficiente para:
  - (i) compensar a depreciação do estoque de capital,
  - (ii) equipar os novos trabalhadores com a mesma “quantidade de equipamento” dos utilizada pelos trabalhadores antigos e
  - (iii) compensar o efeito do progresso tecnológico sobre a quantidade de capital por unidade de trabalho eficiente.
- Nesse contexto, ocorre um aumento da intensidade de capital, isto é, a quantidade de capital por unidade de trabalho eficiente aumenta

Equilíbrio de Longo-Prazo

- Iremos definir equilíbrio de longo-prazo nessa economia como a situação em que não há nenhuma variação endógena do estoque de capital por unidade de trabalho eficiente, ou seja, quando as variações no mesmo se dão apenas por alterações exógenas nos parâmetros.
- Fazendo $\dot{k} = 0$ em (16):

$$sf(k^{*}) = k(\delta + g + \eta) \quad (17)$$

- Na equação (17), k * é o estoque de capital por unidade de trabalho eficiente de equilíbrio de longo-prazo dessa economia.
- Para que seja possível determinar precisamente o valor de devemos definir a forma funcional da função de produção.

Equilíbrio de Longo-Prazo

- Uma forma funcional possível é a função Cobb-Douglas, como a que apresentamos abaixo:

$$f(k) = k^{\alpha} \qquad (18)$$

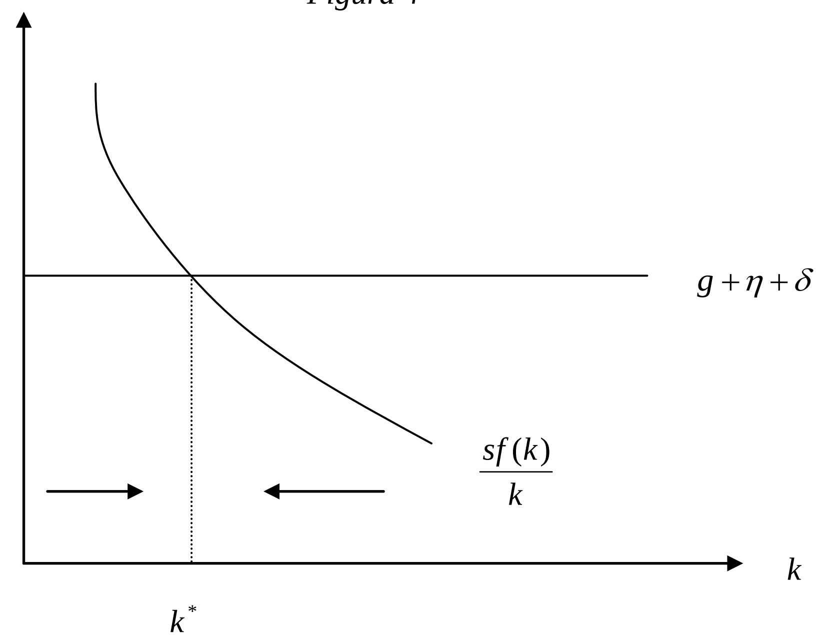
- Utilizando essa forma funcional na equação de equilíbrio de longo-prazo (17), podemos calcular o valor de , como se segue abaixo:

$$sk^{*\alpha} = k(\delta + g + \eta) \qquad (19)$$

$$k^{*} = \left(\frac{s}{\delta + g + \eta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \qquad (20)$$

Equilíbrio de Longo-Prazo

Figura 4



Propriedades do Equilíbrio de Longo-Prazo

- No equilíbrio de longo-prazo, sabemos que y e k são constantes ao longo do tempo.
- Isso, no entanto, não significa que o estoque de capital e o nível de produto permanecem constantes ao longo do tempo.
- Com efeito, o estoque de capital da economia estará crescendo a uma taxa $(\eta+g)$.
- Isso porque k constante implica que K tem que crescer à mesma taxa que AL.
- Por outro lado, y constante implica que Y tem que crescer à mesma taxa que AL, de tal forma que o produto também crescerá a uma taxa de $(\eta+g)$.
- Vemos, portanto, que o crescimento no longo-prazo, tanto do estoque de capital quanto do produto, depende diretamente de parâmetros exógenos.
- Dessa forma, o modelo de Solow não contém em si mesmo uma explicação do fenômeno do crescimento, uma vez que o motor desse crescimento, no longo-prazo, é constituído pelo crescimento populacional e pelo progresso tecnológico, que são fatores não explicados pelo referido modelo.
- Essa é a razão pela qual este modelo pode também ser denominado de *modelo de crescimento exógeno*.

Crescimento e Distribuição

- Estamos, agora, em condições de analisar a interação entre crescimento e distribuição de renda, segundo o modelo de Solow.
- O modelo de crescimento e distribuição de renda de Solow pode ser apresentado pelo seguinte sistema de equações:

$$\frac{sf(k)}{k} = g + \eta + \delta \qquad (17)$$

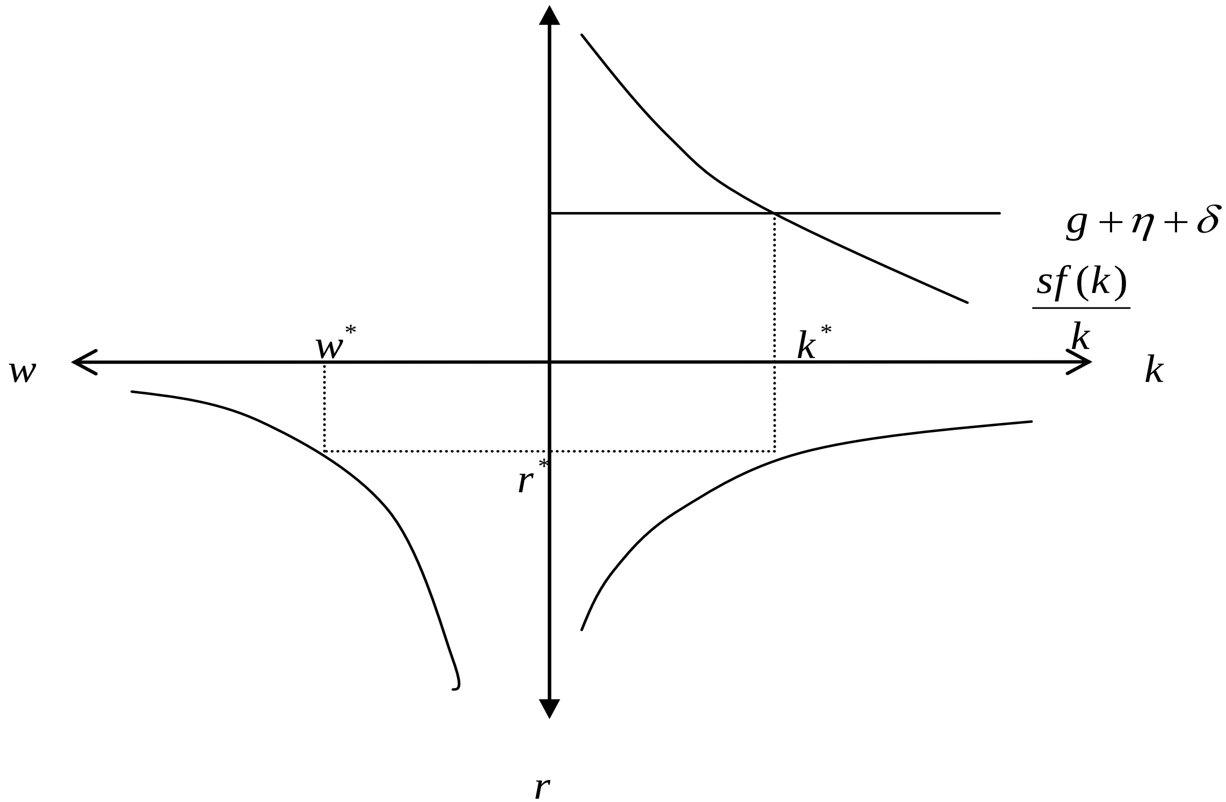
$$r = f'(k) \qquad (6)$$

$$w = f\left[k(r)\right] - rk(r) \qquad (10)$$

- O sistema formado pelas equações (17), (6) e (10) possui três incógnitas, a saber : *k*, *r* e *w*.
- As variáveis exógenas são *s, n, g* e δ.
- Como o sistema tem o mesmo número de equações do que de incógnitas segue-se que, a princípio, existe uma solução para o mesmo.

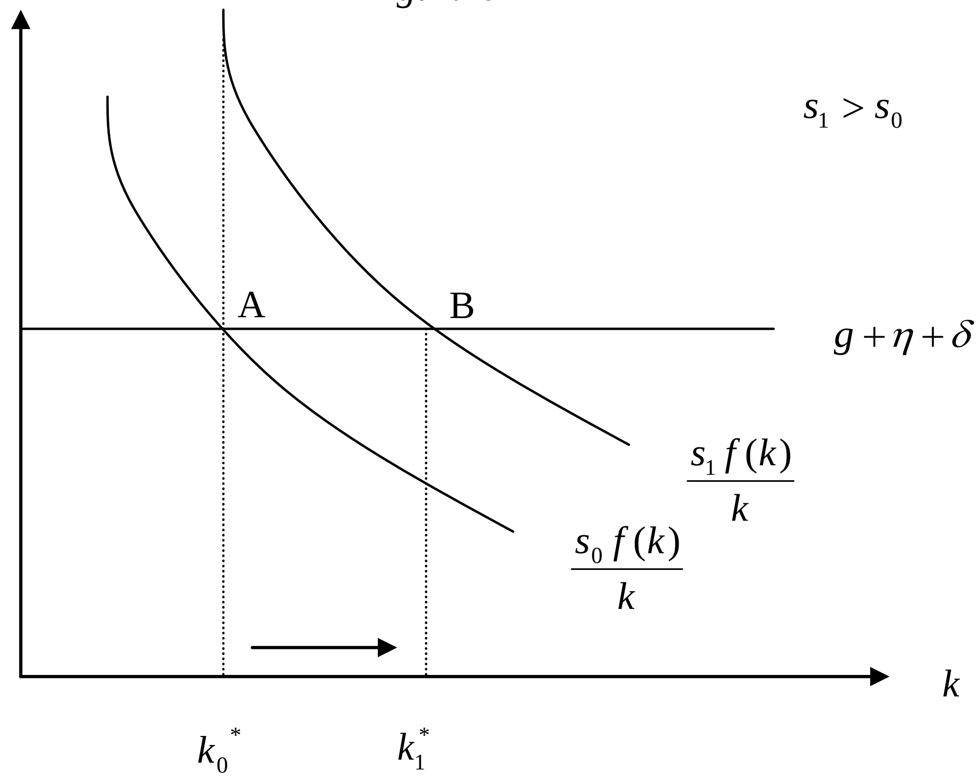
Crescimento e Distribuição

Figura 5



Efeitos de um Aumento da Taxa de Poupança

Figura 6



Críticas à Abordagem Neoclássica

- Tecnologia é um "bem público".
  - No modelo neoclássico de crescimento, prevalece a concorrência perfeita e os retornos de escala são constantes.
    - Nesse contexto, vale o assim chamado *teorema da exaustão do produto* segundo o qual o PIB é inteiramente *gasto* com a remuneração dos fatores de produção (capital e trabalho), não sobrando nada para a remuneração do progresso tecnológico.
  - A tecnologia é um bem livre, estando disponível para qualquer empresa e para qualquer país.
  - O progresso tecnológico só pode ser tratado como exógeno ao sistema econômico.
  - A fonte mais importante do crescimento de longo-prazo não é explicada pelo modelo neoclássico de crescimento.

Críticas ...

- Controvérsia do Capital (Cambridge - EUA X Cambridge – Reino Unido).
  - Joan Robinson e Piero Sraffa: Como medir o estoque de capital à nível da economia como um todo?
    - Um procedimento simples seria multiplicar as quantidades de cada um dos diferentes itens que compõe o "capital" de uma dada economia pelos seus respectivos "preços de oferta". O resultado seria então o valor agregado do estoque de capital.
    - O problema é que a medida do estoque de capital não é independente da distribuição de renda.
    - O preço de oferta de cada item de capital incorpora a "taxa normal de lucro". Dessa forma, mudanças na distribuição de renda entre salários e lucros afetam os preços de oferta de cada item do "capital" e, portanto, o valor do estoque de capital à nível da economia como um todo.
    - É impossível calcular o valor e/ou a taxa de crescimento do estoque de capital de forma independente da participação do capital na renda nacional.
    - A fórmula de Solow é errada do ponto de vista metodológico.