## Notas de aula 05: Acumulação de Capital Humano no Modelo de Crescimento Endógeno de Lucas (1988).

- ✓ Lucas (1988): Modelo no qual o crescimento da renda per-capita é endógeno devido a presença de retornos crescentes de escala sobre os fatores acumuláveis.
- ✓ Economia com dois setores:  $Y \in H$ .
- ✓ No setor *Y* os bens e serviços são produzidos com capital físico e humano sob retornos constantes de escala (o trabalho não-especializado tem produtividade igual a zero).
- $\checkmark$  Y = K<sup> $\alpha$ </sup>( $\phi$ . H)<sup>1- $\alpha$ </sup> (1)
- $\checkmark \phi$  é a proporção do capital humano que é empregado na produção de bens e serviços.
- ✓ O estoque de capital humano cresce a proporção do montante empregado no setor de produção de capital humano (setor educacional)
- $\checkmark$   $\dot{K} = \lambda(1-\phi)H$  (2)
- ✓ Da equação (2) temos que:
- $\checkmark$   $\widehat{H} = \frac{\dot{H}}{H} = \lambda(1-\phi) (2^{\underline{a}})$
- ✓ Dividindo-se (1) por *H*, temos:
- $\checkmark \frac{Y}{H} = \phi^{1-\alpha} \left(\frac{K}{H}\right)^{\alpha}$
- $\checkmark \quad y_h = \phi^{1-\alpha} k_h^{\alpha} \qquad (1a)$
- ✓ Aplicando o logaritmo em (1ª), temos:
- $\checkmark \ln y_h = (1-\alpha) \ln \phi + \alpha \ln k_h$
- ✓ Diferenciando com respeito ao tempo:
- $\checkmark \hat{y}_h = \alpha \hat{k}_h$
- $\checkmark \hat{y}_h = \alpha(\widehat{K}-\widehat{H})$  (3)
- ✓ Steady-state:  $\hat{y}_h = 0$
- ✓ Logo:  $\widehat{K} = \widehat{H}$
- ✓ Temos que:
- $\checkmark \quad \widehat{K} = \lambda (1 \phi) \quad (4)$
- ✓ Sabemos que:
- $\checkmark$   $\dot{K} = sY \delta K$  (5)
- $\checkmark$   $\dot{K} = s K^{\alpha} (\phi. H)^{1-\alpha} \delta K$
- ✓ Dividindo essa equação por K temos:
- $\checkmark \frac{\dot{K}}{K} = sK^{\alpha-1}(\phi H)^{1-\alpha} \delta$
- $\checkmark \quad \widehat{K} = s\phi^{1-\alpha} \left(\frac{K}{H}\right)^{-(1-\alpha)} \delta$
- $\checkmark \quad \lambda(1-\phi) = s\phi^{1-\alpha}(k_h)^{-(1-\alpha)}-\delta$
- $\checkmark \lambda(1-\phi) + \delta = s(\tilde{k}_n)^{-(1-\alpha)}$
- $\checkmark$  Onde:  $\tilde{k}_n = \frac{K}{\phi H}$
- $\checkmark \quad \tilde{\mathbf{k}}_{\mathbf{n}} = \left[ \frac{\mathbf{s}}{\lambda(1-\phi)+\delta} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{6}$
- ✓ Comparação entre o steady-state do Modelo de Solow e o Steady-State do Modelo de Lucas.

- $\checkmark$  Modelo de Solow:  $\tilde{k}^{**} = \left[\frac{s}{g_A + n + \delta}\right]^{\frac{1}{1 \alpha}}$  (7)
- ✓ Modelo de Lucas:  $\tilde{k}_n^{**} = \left[\frac{s}{\lambda(1-\phi)+\delta}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$  (8)
- ✓ Os dois steady-states serão idênticos se:
- $\checkmark g_A = \lambda (1-\phi) n$
- ✓ No modelo de Lucas o crescimento do produto e a acumulação de capital físico são liderados pela acumulação de capital humano, assim como no modelo de Solow eram liderados pelo progresso técnico e pelo crescimento da força de trabalho.
- ✓ Hipótese central: O que garante retornos constantes de escala na acumulação de capital humano?
- ✓ Rebello (1991): a hipótese crítica é que o capital humano só utilize fatores reprodutíveis na sua produção.
- ✓ Suponha que
- $\checkmark$   $\dot{H} = s_H Y \delta_H H$
- $\checkmark$   $\dot{H} = s_H K^{\alpha} (\phi. H)^{1-\alpha} \delta_H H$
- $\checkmark \frac{\dot{H}}{H} = s_h \tilde{k}_h^{\alpha} \delta_H(9)$
- ✓ Substituindo (6) em (9), temos:

$$\checkmark \frac{\dot{H}}{H} = s_h \left[ \left[ \frac{s}{\lambda (1-\phi)+\delta} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \right] - \delta_H$$

$$\checkmark \dot{H} = \left\{ s_h \left[ \left[ \frac{s}{\lambda(1-\phi)+\delta} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \right] - \delta_H \right\} H (10)$$

- ✓ Na visão de Rebello a característica distintiva do modelo de Lucas, em termos de especificação da tecnologia, é a existência de um fator reprodutível central que pode ser reproduzido sem o uso da fatores não reprodutíveis.
- ✓ Para Lucas a linearidade na função de produção do capital humano deriva-se dos efeitos externos do capital humano.
  - Atividade de acumulação de capital humano é uma atividade social que envolve grupos de pessoas, algo sem contrapartida na acumulação de capital físico.
  - Esse efeito é suposto ser internalizado por mecanismos extra-mercado dentro de pequenos grupos como firmas e famílias de forma que não se cria um hiato entre retorno social e privado
- ✓ Avaliação empírica
- ✓ Implicação do modelo: Abaixo do steady-state, dois países que forem idênticos em tudo, exceto na relação H/K irão crescer a taxas diferentes, sendo que o país com H/K mais alto irá crescer a uma taxa mais elevada.
- ✓ Pack (1994) e Rodrik (1994) : a performance comparativa dos países do sudeste asiático não se concilia facilmente com uma explicação do crescimento econômico liderado pelo capital humano.
- ✓ No início dos anos 1960, quando a Coréia do Sul e Taiwan começaram a crescer a taxas vertiginosas, o seu estoque de capital humano era alto para o seu nível de renda per-capita; mas países como República Dominicana, Filipinas, Paraguai e

- Sri Lanka que possuíam um nível equivalente de capital humano não apresentaram o mesmo crescimento.
- ✓ O compromisso é aumentar o nível de capital educacional é quase universal nos países em desenvolvimento.
  - Problema da endogenidade: um país onde a renda per-capita cresce mais rapidamente do que nos demais países pode aumentar mais rapidamente os gastos em educação (causalidade reversa)
- ✓ Outro problema com o modelo: Se a participação dos recursos investidos em capital humano crescer com a renda per-capita então o hiato de renda per-capita irá aumentar ao longo do tempo.