

#### Nota de aula 04: Derivação do coeficiente de Verdoorn.

Seja  $g_{\tilde{y}_M}$  a taxa de crescimento da produtividade do trabalho na manufatura

$g_L$  a taxa de crescimento do emprego industrial

$g_M$  a taxa de crescimento da produção industrial

Temos:

$$g_M = g_{\tilde{y}_M} + g_L \quad (1)$$

$$g_{\tilde{y}_M} = c + v g_M \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2) temos:

$$g_{\tilde{y}_M} = c + v(g_{\tilde{y}_M} + g_L)$$

Resolvendo para  $g_{\tilde{y}_M}$ , temos:

$$g_{\tilde{y}_M} = \frac{c}{1-v} + \frac{v}{1-v} g_L \quad (3)$$

$$\frac{\partial g_{\tilde{y}_M}}{\partial g_L} > 0 \leftrightarrow v < 1$$

Assumindo uma função de produção CES na manufatura, ou seja:

$$M = A[\alpha K^\varphi + (1-\alpha)L^\varphi]^{\frac{1}{\varphi}} \quad (4)$$

Onde:  $A = K^\mu$  representa a externalidade tecnológica

Se a Elasticidade de substituição entre os fatores de produção for muito baixa, então o parâmetro  $\mu$  de retornos crescentes e a elasticidade da oferta de trabalho devem ser muito altos para que  $v < 1$  e a produtividade industrial e o emprego industrial estejam correlacionados.

**Exercício proposto:** Sabendo que a elasticidade de substituição entre os fatores é dada por  $\sigma = \frac{1}{1-\varphi}$ . Pede-se:

(a) Mostre que a produtividade do trabalho na manufatura pode ser expressa por:

$$p = \frac{M}{L} = K^\mu [\alpha \tilde{k}^\varphi + (1 - \alpha)]^{\frac{1}{\varphi}}$$

(b) Mostre que o coeficiente de Verdoorn pode ser expresso por:

$$v = \frac{\partial \ln P}{\partial \ln M} = \frac{(\pi\lambda + \sigma\mu)}{\pi(\lambda + e) + \sigma\mu(1 + \mu)}$$

Onde:  $\lambda = \mu e + \sigma(1 - \mu e)$ ;  $e$  é a elasticidade da oferta de trabalho para o setor M;  $\pi$  é a participação dos lucros na renda.

(c) Explique porque  $v < 1$  exige um valor alto para  $\mu$  e um valor baixo para  $e$ .