



**Universidade de Brasília**  
**Programa de Pós-Graduação em Economia**  
**Teorias do Crescimento e da Distribuição**  
**Professor José Luis Oreiro**  
**2020.2**

---

**Gabarito das questões 1 e 4 da prova de Teorias do Crescimento e Distribuição de Renda (20/05/2021)**

1° Questão (2,5 pontos): Considere o modelo clássico de crescimento e distribuição de renda. Considere que os capitalistas poupam uma fração  $0 < s_c < 1$  dos lucros e que **os trabalhadores poupam uma fração**  $0 < s_w < s_c < 1$  dos salários. Pede-se:

- (a) Calcule a taxa de poupança como proporção do estoque de capital  $\sigma = \frac{S}{K}$  para a economia em consideração.

Sabemos que a poupança agregada real é dada por:

$$S = s_w W + s_c P \quad (1)$$

A Renda é composta por salários (W) e lucros (P)

$$Y = W + P \leftrightarrow W = Y - P \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1) temos:

$$S = s_w(Y - P) + s_c P \quad (3)$$

Dividindo-se (3) por K, temos:

$$\sigma = \frac{S}{K} = (s_c - s_w)R + \frac{s_w}{a_1} \quad (4)$$

Onde:  $a_1 = \frac{K}{Y}$  é a razão técnica capital-produto.

- (b) Qual a diferença do resultado do item anterior com respeito a situação apresentada no capítulo 2 do livro em que  $s_c = 1$  e  $s_w = 0$  ? Explique.

Fazendo que  $s_c = 1$  e  $s_w = 0$  em (4) temos que:

$$\sigma = \frac{S}{K} = R \quad (5)$$

- (c) Calcule a taxa de lucro e a taxa de crescimento do estoque de capital de equilíbrio do sistema (considere que o salário real está ao nível de subsistência da força de trabalho e que os retornos de escala são constantes)

Sabemos que:

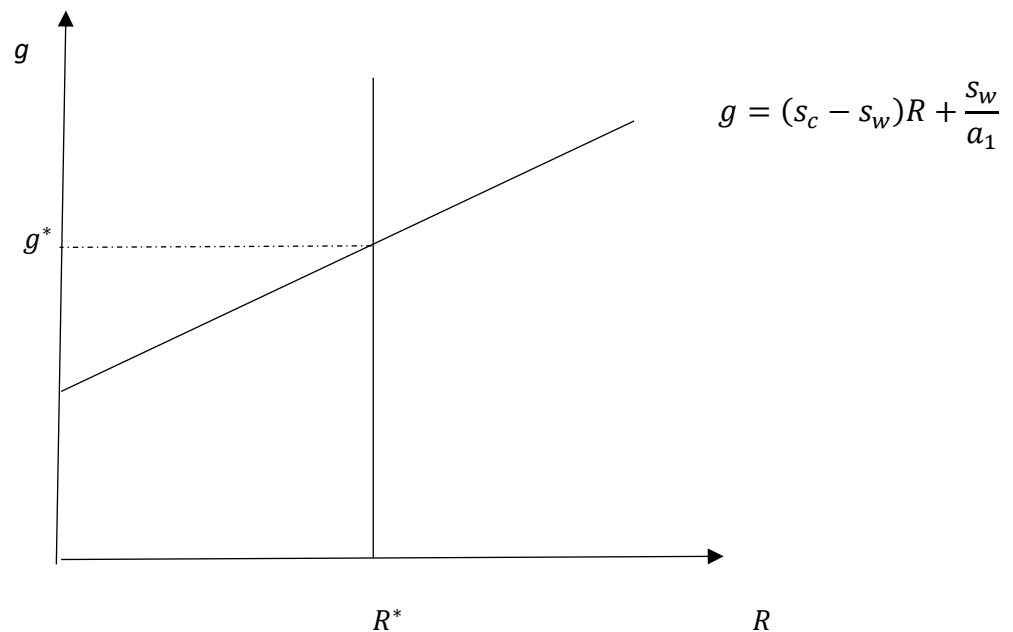
$$R = \frac{1}{a_1} (1 - \bar{V}a_0) \quad (6)$$

$$g = \sigma \quad (7)$$

Substituindo (6) em (4) e a resultante em (7), temos:

$$g = \sigma = \frac{S}{K} = \frac{(s_c - s_w)(1 - \bar{V}a_0)}{a_1} + \frac{s_w}{a_1} \quad (8)$$

- (d) Apresente graficamente a determinação da taxa de lucro e da taxa de crescimento do estoque de capital.



- (e) Explique (por intermédio dos gráficos necessários) os efeitos de um aumento da fração poupada dos lucros (a “propensão a poupar” dos capitalistas) e da fração poupada dos salários (a “propensão a poupar” dos trabalhadores) sobre os valores de equilíbrio de longo-prazo da taxa de lucro, da taxa de acumulação de capital, da taxa de salário real e do consumo por trabalhador.

Diferenciando (8) com respeito a  $s_c$  temos:

$$\frac{\partial g}{\partial s_c} = \frac{1}{a_1}(1 - \bar{V}a_0) > 0 \quad (8a)$$

Diferenciando (8) com respeito a  $s_w$  temos que:

$$\frac{\partial g}{\partial s_w} = \frac{a_0}{a_1}\bar{V} > 0 \quad (8b)$$

Mudanças na propensão a poupar a partir dos lucros não afetam o salário real (pois o mesmo está no nível de subsistência da força de trabalho) e também não afetam os coeficientes técnicos de produção; logo não tem nenhum efeito sobre a taxa de lucro de equilíbrio do sistema.

4ª Questão (2 pontos): Considere a seguinte versão do modelo neo-kaleckiano de crescimento apresentada abaixo (por simplicidade iremos assumir que a produtividade do capital é igual a um)

$$g = \gamma_0 + \gamma_1(u - u^n) \quad (1)$$

$$\sigma = (s_c - s_w)R + s_w u \quad (2)$$

$$R = mu \quad (3)$$

$$g = \sigma \quad (4)$$

Pede-se:

- (a) Calcule os valores de equilíbrio de médio-prazo da taxa de crescimento do estoque de capital e do grau de utilização da capacidade produtiva [considere que a participação dos lucros na renda é exógena]

Substituindo (1), (2) e (3) em (4) temos:

$$\gamma_0 + \gamma_1(u - u^n) = (s_c - s_w)mu + s_wu$$

Resolvendo para  $u$ , temos:

$$u^* = \frac{\gamma_0 - \gamma_1 u^n}{s_c m + s_w(1 - m) - \gamma_1} \quad (5)$$

Onde:  $s_c m + s_w(1 - m) > \gamma_1$  para que o equilíbrio seja estável.

Substituindo (5) em (1), temos:

$$g = (\gamma_0 - \gamma_1 u^n) - \gamma_1 \left[ \frac{\gamma_0 - \gamma_1 u^n}{s_c m + s_w(1 - m) - \gamma_1} \right]$$

Tirando o m.m.c da expressão acima, temos que:

$$g^* = (\gamma_0 - \gamma_1 u^n) \left[ \frac{s_c m + s_w(1 - m)}{s_c m + s_w(1 - m) - \gamma_1} \right] \quad (6)$$

- (b) Analise os efeitos sobre o grau de utilização da capacidade produtiva de um aumento da participação dos lucros na renda. Qual é o regime de demanda prevalecente na economia? O “paradoxo dos custos” é válido nesse modelo? Por que?

Diferenciando (6) com respeito a  $m$ , temos que:

$$\frac{\partial g}{\partial m} = - \frac{\gamma_1 u^*}{s_c m + s_w(1 - m) - \gamma_1} < 0 \quad (6a)$$

O regime de demanda é estagnacionista. Se os salários reais aumentarem relativamente a produtividade do trabalho (ou seja, se o custo unitário de produção das empresas aumentar) então haverá uma redução da participação dos lucros na renda, o que irá aumentar a demanda de consumo, aumentando assim o grau de utilização da capacidade produtiva e a taxa de acumulação de capital. Segue-se, portanto, que nesse modelo o “paradoxo dos custos” é válido.

- (c) Analise os efeitos sobre o grau de utilização da capacidade produtiva de um aumento da propensão a poupar a partir dos lucros? E qual o efeito de um aumento

da propensão a poupar a partir dos salários? Os efeitos são iguais? Por que? O “paradoxo da parcimônia” é válido nesse modelo? Por que?

Diferenciando (5) com respeito a  $s_c$  temos que:

$$\frac{\partial u}{\partial s_c} = -\frac{m}{(s_c m + s_w(1-m) - \gamma_1)^2} < 0 \quad (5a)$$

Diferenciando (5) com respeito a  $s_w$  temos que:

$$\frac{\partial u}{\partial s_w} = -\frac{1-m}{(s_c m + s_w(1-m) - \gamma_1)^2} < 0 \quad (5b)$$

Os efeitos sobre o grau de utilização da capacidade produtiva são ambos negativos, mas de magnitudes diferentes, a depender da participação dos salários e dos lucros na renda.

Sobre a taxa de acumulação de capital temos que

$$\frac{\partial g}{\partial s_c} = \frac{\partial g}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial s_c} = -\frac{m\gamma_1}{(s_c m + s_w(1-m) - \gamma_1)^2} < 0 \quad (7a)$$

$$\frac{\partial g}{\partial s_w} = \frac{\partial g}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial s_w} = -\frac{(1-m)\gamma_1}{(s_c m + s_w(1-m) - \gamma_1)^2} < 0 \quad (7b)$$

Observamos que tanto um aumento da propensão a poupar a partir dos lucros como um aumento da propensão a poupar a partir dos salários geram uma redução da taxa de crescimento do estoque de capital, logo o “paradoxo da parcimônia” é válido nesse modelo.

(d) Considere que no longo-prazo o componente autônomo do investimento se comporta com base na seguinte equação dinâmica:  $\dot{\gamma}_0 = \delta(u - u^n)$ . Calcule os valores de steady-state do grau de utilização da capacidade produtiva, da taxa de lucro e da taxa de poupança como proporção do estoque de capital.

Em steady-state:  $\dot{\gamma}_0 = 0$  logo:  $u = u^n$  (4a)

$$R^{ss} = mu^n \quad (3a)$$

$$\sigma^{ss} = (s_c - s_w)mu^n + s_w u^n \quad (2a)$$

- (e) Com base nos resultados obtidos no item anterior qual seria o impacto sobre a taxa de crescimento do estoque de capital de um aumento da proporção a poupar a partir dos lucros? O regime de crescimento é *wage-led* ou *profit-led*? Por que?

Sabemos que  $\sigma^{ss} = g^{ss}$ . Diferenciando (2a) com respeito a  $m$ , temos:

$$\frac{\partial g^{ss}}{\partial m} = (s_c - s_w)u^n > 0$$

O regime de crescimento é *profit-led*.

Diferenciando (2a) com respeito a  $s_c$ , temos:

$$\frac{\partial g^{ss}}{\partial s_c} = mu^n > 0$$